Analisis Simulasi Solusi Numerik Model Lotka-Volterra dengan Metode Runge-Kutta-Fehlberg

(Studi Kasus Populasi Musang Luwak (*Paradoxurus hermaphroditus*) dan Ayam Hutan Merah (*Gallus gallus*) di Taman Nasional Alas Purwo)

Randhi Nanang Darmawan[1,a)] dan Rachmaniah Mirza Hariastuti[1,b)]

[1]*Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA, Universitas PGRI Banyuwangi*
[a)]*email: randhi.numeric@gmail.com*
[b)] *email: mirzarachmania@gmail.com*

Abstrak

Model mangsa-pemangsa, atau biasa disebut dengan model Lotka-Volterra adalah suatu model dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa non-linier yang menggambarkan interaksi antara dua makhluk hidup yang berhubungan dalam bentuk predasi. Sehingga untuk menyelesaikan model tersebut harus menggunakan metode numerik yaitu metode Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45), dikarenakan model tersebut berupa sistem persamaan diferensial non-linier yang mana sulit untuk menentukan solusi analitik, solusi dari sistem persamaan diferensial tersebut adalah berupa profil interaksi antara antara kedua spesies yang saling memangsa dalam suatu ekosistem. Dalam artikel ini, peniliti mengambil studi kasus populasi Musang Luwak (*Paradoxurus hermaphroditus*) dan Ayam Hutan Merah (*Gallus gallus*) yang hidup di Taman Nasional Alas Purwo, yang mana keduanya memiliki hubungan predasi. Hasil dari artikel ini adalah profil simulasi model Lotka-Volterra antara kedua spesies dengan melakukan beberapa variasi parameter-parameter sehingga hasil akhirnya adalah suatu profil yang dapat menggambarkan kondisi yang memungkinkan kepunahan antara masing-masing spesies.
Kata kunci: Lotka-Volterra, Predator-Prey, Runge-Kutta-Fehlberg, Sistem Persamaan Diferensial

Abstract

The Prey-Predator model, also known as the Lotka-Volterra model, is a model in the form of a non-linear ordinary differential equation system that describes the interaction between two living things that bind together in the form of predation. So that in completing the model will be solved by a numerical method, namely the Runge-Kutta-Fehlberg method (RKF45), because the differential equation system model is non-linear which is difficult to determine the analytical solution, the solution of the differential equation system will be an interaction simulation profile from two living things that are predated in bond. On this paper, researcher use case study population of Asian Palm Civet (Paradoxurus hermaphroditus) and population of Red Junglefowl that live at Alas Purwo Nasional Park. both have relationships in the form of predation. The result form this paper is profile simulation Lotka-Volterra model between two species with some variation of parameter and the final result the profile can describe about the extinction about both of them.
Keyword: Differensial Equation System, Lotka-Volterra, Predator-Prey, Runge-Kutta-Fehlberg

Pendahuluan

Setiap organisme yang ada di muka bumi selalu berhubungan dan menjalin ikatan satu dengan yang lainnya, baik itu berupa simbiosis maupun suatu proses adaptasi yang saling berkaitan dalam suatu ekosistem. Organisme selalu bergantung dengan organisme lainnya dan terdiri dari macam-macam spesies yang membentuk suatu populasi [1]. Interaksi antar organisme tersebut dapat juga terjalin denga spesies lainnya pada populasi yang berbeda. ergerakan dari populasi tersebut, terdapat beberapa jenis hubungan yang dapat terjadi antar spesies. Salah satu interaksi tersebut adalah predasi, yaitu hubungan antara mangsa (*prey*) dan pemangsa (*predator*). Dalam pembahasan ilmu ekologi, khususnya interaksi predasi dua populasi ini menjadi sangat penting karena kelangsungan hidup manusia tergantung pada keseimbangan lingkungan sekitarnya.

Model Mangsa-Pemangsa atau dikenal dengan model Lotka-Volterra merupakan model dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa non-linier yang menggambarkan interaksi antara dua makhluk hidup yang saling berikatan dalam bentuk predasi. Sehingga dalam menyelesaikan model tersebut akan diselesaikan dengan metode numerik yaitu dengan metode Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45), dikarenakan model sistem persamaan diferensial tersebut berupa non-linier yang sulit ditentukan solusi analitiknya, solusi penyelesaian dari sistem persamaan diferensial tersebut akan berupa profil simulasi interaksi dari dua makhluk hidup yang berikatan secara predasi. Model Lotka-Volterra secara umum terdiri dari dua persamaan diferensial non-linier yaitu $\frac{dx}{dt} = ax - \alpha xy$ dan $\frac{dy}{dt} = -by + \beta xy$ yang masing-masing menggambarkan banyaknya populasi mangsa (x) dan pemangsa (y) dan pertumbuhan mangsa dalam kurun waktu tertentu ($\frac{dx}{dt}$) dan pertumbuhan pemangsa dalam kurun waktu tertentu ($\frac{dy}{dt}$) [2].

Studi kasus dalam penelitian ini bertempat di Taman Nasional Alas Purwo dengan mengambil jumlah populasi Musang Luwak (*Paradoxurus hermaphroditus*) sebagai pemangsa dan Ayam Hutan Merah (*Gallus gallus*) sebagai mangsa. Sebagai informasi kedua fauna yang hidup di Taman Nasional Alas Purwo tersebut merupakan fauna yang dilindungi dan terancam punah dikarenakan sedikitnya jumlah populasi kedua fauna di Indonesia khususnya di tanah Jawa. Dengan menerapkan model Lotka-Volterra berdasarkan jumlah populasi Musang Luwak (*Paradoxurus hermaphroditus*) dan Ayam Hutan Merah (*Gallus gallus*), kemudian diselesaikan secara numerik dengan metode Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45) dengan bantuan Matlab 7.8.0 (R2009a). Langkah selanjutnya adalah melakukan simulasi program dengan memvariasikan nilai parameter a, b, α, β yang merupakan bilangan real positif yang menggambarkan interaksi dari kedua fauna tersebut. Langkah terakhir adalah menganalisis hasil simulasi untuk mengetahui profil model Lotka-Volterra dengan metode Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45). Jadi tujuan dari penelitian ini adalah menentukan solusi numerik model Lotka-Volterra interaksi antara Musang Luwak (*Paradoxurus hermaphroditus*) dan Ayam Hutan Merah (*Gallus gallus*) menggunakan metode Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45) dan Mengetahui profil model Lotka-Volterra interaksi Musang Luwak (*Paradoxurus hermaphroditus*) dan Ayam Hutan Merah (*Gallus gallus*) secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45).

Metode

1. Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45)

Metode Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45) adalah salah satu cara untuk menyelesaikan masalah sistem persamaan diferensial yang merupakan modifikasi dari metode Runge-Kutta orde-4 dan orde-5. Metode ini memiliki prosedur untuk menentukan apakah ukuran h langkah yang digunakan sudah tepat. Pada masing-masing langkah, dua pendekatan yang berbeda dibentuk dan dibandingkan, jika kedua jawaban tersebut medekati toleransi maka pendekatan diterima. Jika kedua jawaban tersebut tidak sesuai dengan keakuratan, maka ukuran langkah akan berkurang. Dan jika jawaban sesuai dengan angka yang lebih signifikan dari yang dibutuhkan, maka ukuran langkah akan bertambah [3].

Masing-masing langkah menggunakan enam nilai sebagai berikut.

$$k_1 = \quad hf(x_i, y_i) \tag{1}$$

$$k_2 = \quad hf(x_i + \frac{1}{4}h, y_i + \frac{1}{4}k_1) \tag{2}$$

$$k_3 = \quad hf(x_i + \frac{3}{8}h, y_i + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2) \quad (3)$$

$$k_4 = \quad hf(x_i + \frac{12}{13}h, y_i + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3) \quad (4)$$

$$k_5 = \quad hf(x_i + h, y_i + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3680}{513}k_3 - \frac{845}{4104}k_4) \quad (5)$$

$$k_6 = \quad hf(x_i + \frac{1}{2}h, y_i - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 = \frac{3544}{2565}k_3 - \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5) \quad (6)$$

Kemudian solusi hampiran untuk masalah nilai awal persamaan diferensial menggunakan metode Runge-Kutta orde-4:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{25}{216}k_1 + \frac{1408}{2565}k_3 + \frac{2197}{4104}k_4 - \frac{1}{5}k_5 \quad (7)$$

dimana nilai dari keempat fungsi f_1, f_3, f_4, f_5 dengan catatan nilai fungsi f_2 tidak digunakan pada persamaan (2.27). Nilai solusi hampiran terbaik dapat ditentukan dengan metode Runge-Kutta orde-5:

$$z_{i+1} = z_i + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12.825}k_3 + \frac{28.561}{56.430}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_5 \quad (8)$$

Ukuran langkah optimal sh dapat ditentukan dengan mengalikan suatu skalar s dengan ukuran h langkah saat ini. Nilai skalar s dapat ditentukan dengan:

$$s = (\frac{\epsilon_h}{2|z_{i+1} - y_{i+1}|})^{1/4} \approx 0{,}840896(\frac{\epsilon_h}{|z_{i+1} - y_{i+1}|})^{1/4} \quad (9)$$

dengan ϵ_h adalah galat toleransi yang diinginkan [4], [5].

2. Langkah-langkah Penyelesaian

Model Lotka-Volterra akan diselesaikan dengan memasukkan nilai koefisien-koefisien yang telah ditentukan. Koefisien-koefisien yang dimasukkan meliputi α, γ, β, dan δ yang diasumsikan terletak pada interval $[0,1]$. Sehingga nilai $0 \leq \alpha \leq 1$; $0 \leq \gamma \leq 1$; $0 \leq \beta \leq 1$; dan $0 \leq \delta \leq 1$. Selain itu, juga memsaukka nilai awal mangsa $x(0)$ dan pemangsa $y(0)$ yang telah ditentukan. Besarnya $x(0)$ harus lebih besar dari $y(0)$, Karena dalam interaksi predasi pada awal waktu ($t = 0$) jumlah mangsa lebih besar dari pada pemangsanya. Penyelesaian model Lotka-Volterra tersebut dengan metode Runge-Kutta-Fehlberg dengan bantuan program Matlab 7.8.0 (R2009a), program yang dibuat sudah berbentuk *Graphical user interface (GUI).*

Langkah selanjutnya adalah simulasi yaitu dengan mensimulasikan nilai parameter yang mempengaruhi populasi mangsa dan pemangsa dengan menginputkan nilai parameter dari laju kelahiran mangsa (α), laju kematian pemangsa (γ), penurunan jumlah populasi mangsa (β), dan peningkatan jumlah populasi pemangsa (δ). Simulasi ini dilakukan dengan mengubah nilai-nilai parameter-parameter tersebut pada metode numerik yang akan dicobakan. Dalam simulasi ini divariasikan enam kasus, yaitu sebagai berikut.

1) $a = 0{,}5; \alpha = 0{,}02; b = 0{,}2;$ dan $\beta = 0{,}03$ $(a > b)$
2) $a = 0{,}5; \alpha = 0{,}02; b = 0{,}5;$ dan $\beta = 0{,}03$ $(a = b)$
3) $a = 0{,}5; \alpha = 0{,}02; b = 0{,}9;$ dan $\beta = 0{,}03$ $(a < b)$
4) $a = 0{,}5; \alpha = 0{,}02; b = 0{,}2;$ dan $\beta = 0{,}002$ $(a > b)$
5) $a = 0{,}5; \alpha = 0{,}02; b = 0{,}5;$ dan $\beta = 0{,}002$ $(\alpha = b)$
6) $a = 0{,}5; \alpha = 0{,}02; b = 0{,}9;$ dan $\beta = 0{,}002$ $(a < b)$

Hasil yang diperoleh dari simulasi, selanjutnya dianalisis untuk mengetahui apakah terjadi perubahan populasi mangsa dan pemangsa, yaitu populasi Musang Luwak (*Paradoxurus hermaphroditus*) dan Ayam Hutan Merah (*Gallus gallus*). Analisis dilakukan dengan mengubah nilai parameter-parameter yang mempengaruhi populasi mangsa dan pemangsa tersebut secara bervarasi. Parameter yang diambil ada empat, yaitu laju kelahiran mangsa (a), laju kematian pemangsa (b), penurunan jumlah populasi mangsa

(α), dan peningkatan jumlah populasi pemangsa (β). Parameter-parameter ini yang dimungkinkan akan mempengaruhi jumlah mangsa dan pemangsa.

Hasil dan Diskusi

1. Data Penelitian

Data yang didapatkan dari Balai Taman Nasional Alas Purwo menunjukkan data temuan atau perjumpaan saat petugas melakukan patrol di Alas Purwo jadi data yang didapatkan peneliti bukan data secara kuantitatif seluruhnya melainkan hanya data perjumpaan yang mewakili penyebaran populasi kedua spesies tersebut. Berikut data populasi kedua spesies.

Tabel 1. Data Jumlah Perjumpaan Ayam Hutan dan Musang Luwak

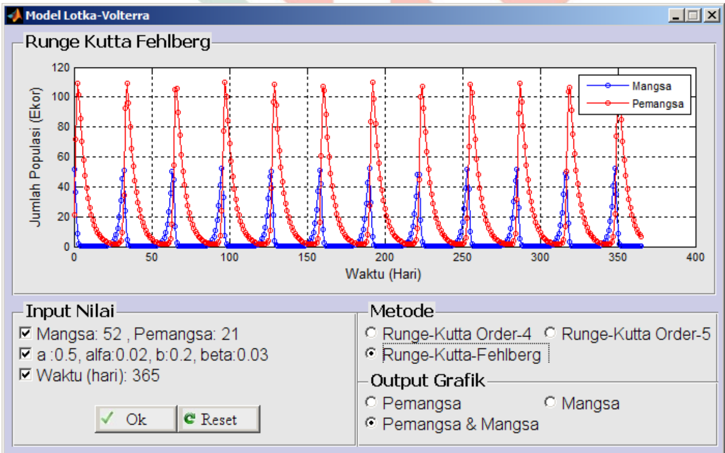
No	Jenis Satwa	2015	2016	2017	Jumlah
1	Ayam Hutan Merah (*Gallus gallus*)	28	20	4	52
2	Ayam Hutan Hijau (*Gallus varius*)	60	79	8	147
3	Musang Luwak (*Paradoxurus hermaproditus*)	14	7	-	21

2. Simulasi Program Model Lotka-Volterra

Pada bagian ini akan disimulasikan model Lotka-Volterra dengan enam kasus sebagaimana yang telah dijabarkan pada metode peneilitian.

a. Kasus Pertama

Dengan menvariasikan nilai parameter $a = 0{,}5$; $\alpha = 0{,}02$; $b = 0{,}2$; dan $\beta = 0{,}03$ $(a > b)$.

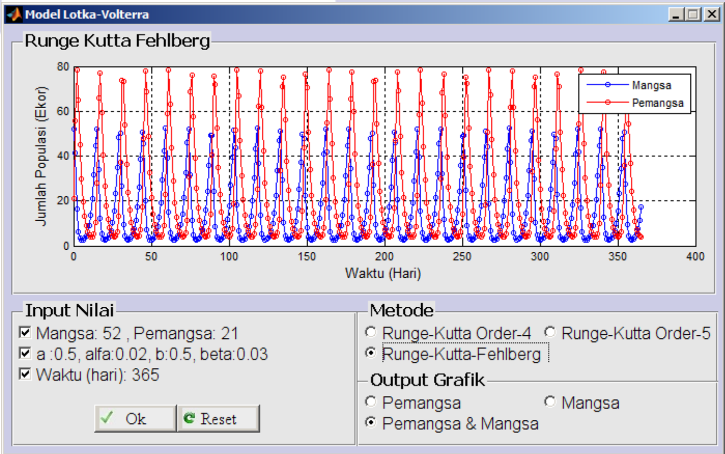


Gambar 1. Grafik model Lotka-Volterra dengan Runge-Kutta-Fehlberg untuk kasus pertama $(a > b)$

b. Kasus Kedua

Dengan menvariasikan nilai parameter $a = 0{,}5$; $\alpha = 0{,}02$; $b = 0{,}5$; dan $\beta = 0{,}03$ $(a = b)$

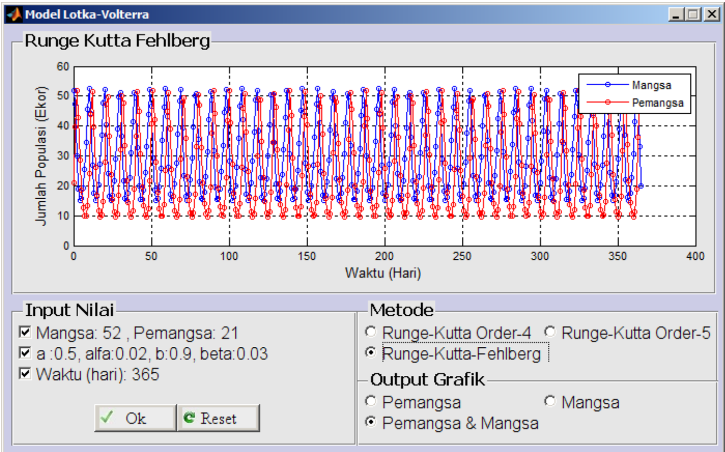
 ISSN : 2338-0896



Gambar 2. Grafik model Lotka-Volterra dengan Runge-Kutta-Fehlberg untuk kasus kedua ($a = b$)

c. Kasus Ketiga

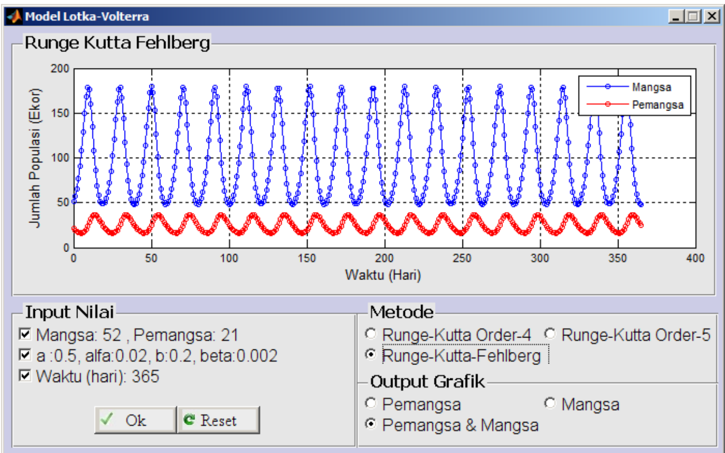
Dengan menvariasikan nilai parameter $a = 0{,}5$; $\alpha = 0{,}02$; $b = 0{,}9$; dan $\beta = 0{,}03$ ($a < b$).



Gambar 3. Grafik model Lotka-Volterra dengan Runge-Kutta-Fehlberg untuk kasus ketiga ($a < b$)

d. Kasus Keempat

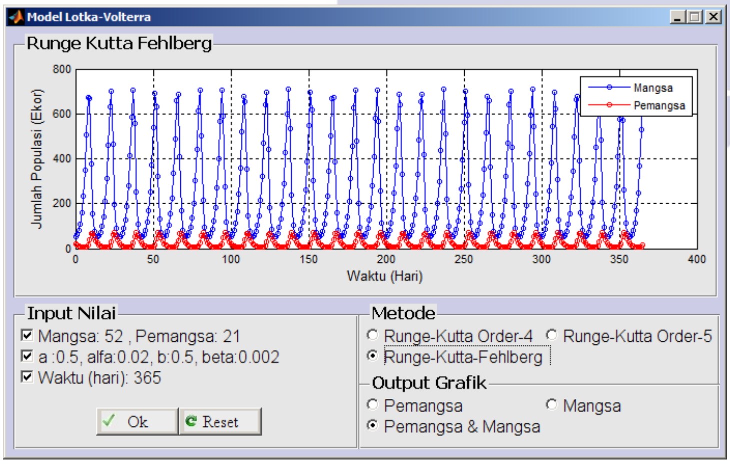
Dengan menvariasikan nilai parameter $a = 0{,}5$; $\alpha = 0{,}02$; $b = 0{,}2$; dan $\beta = 0{,}002$ ($a > b$)



Gambar 4. Grafik model Lotka-Volterra dengan Runge-Kutta-Fehlberg untuk kasus keempat ($a > b, \alpha = 10\beta$)

e. Kasus Kelima

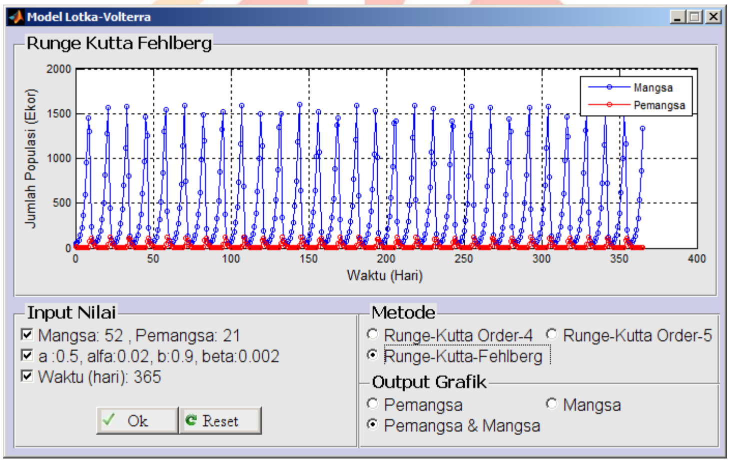
Dengan menvariasikan nilai parameter $a = 0{,}5$; $\alpha = 0{,}02$; $b = 0{,}5$; dan $\beta = 0{,}002$ $(a = b)$



Gambar 5. Grafik model Lotka-Volterra dengan Runge-Kutta-Fehlberg untuk kasus kelima $(a = b, \alpha = 10\beta)$

f. Kasus Keenam

Dengan menvariasikan nilai parameter $a = 0{,}5$; $\alpha = 0{,}02$; $b = 0{,}9$; dan $\beta = 0{,}002$ $(a < b)$



Gambar 6. Grafik model Lotka-Volterra dengan Runge-Kutta-Fehlberg untuk kasus keenam $(a < b, \alpha = 10\beta)$

3. Analisis Simulasi dan Pembahasan

Dari hasil analisis dan pembahasan simulasi tersebut maka terdapat empat parameter yang menjadi komponen utama dari kedua spesies tersebut, yaitu laju kelahiran mangsa, laju kematian pemangsa, penurunan jumlah populasi mangsa, dan peningkatan jumlah populasi pemangsa. Dari hasil simulasi keenam kasus tersebut dengan menvariasaikan parameter-paramater yang mempengaruhi, dan didapatkan kondisi yang stabil dan berlaku untuk seluruh kasus, yang mana pada kasus satu, dua, dan tiga menghasilkan berbagai macam kondisi dan terdapat kondisi yang memungkinkan terancam punahnya spesies mangsa dikarenakan meningkatnya jumlah populasi pemangsa. Untuk kasus empat, lima, dan enam dengan asumsi interaksi antara kedua spesies tidak erat terdapat kondisi yang menyebabkan spesies pemangsa mengalami kondisi terancam punah karena laju kematian yang tinggi dan meningkatnya jumlah populasi mangsa. Dari seluruh simulasi tersebut banyak faktor yang mempengaruhi hubungan interaksi antara mangsa dan pemangsa tersebut diantaranya keadaan lingkungan, (cuacu, suhu, dll) dan juga kondisi pemangsa yang lain, disamping itu juga terdapat kemungkinan spesies pemangsa lebih dominan menkonsumsi biji-bijian seperti biji kopi, buah-buahan dan lainnya dibandingkan memangsa ayam hutan, oleh karena itu pentingnya dilakukan simulasi dengan memvariasikan keempat parameter tersebut.

Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a) Metode Runge-Kutta-Fehlberg menjadi salah satu alternatif solusi numerik yang bagus untuk penyelesaian persamaan diferensial terutama model Lotka-Volterra, dikarenakan rumitnya penyelesaian tersebut dengan menggunakan metode analitik.
b) Hasil simulasi menggunakan metode Runge-Kutta-Fehlberg, dengan menggunakan variasi parameter-parameter menunjukkan bahwa:
   1) semakin besar nilai b, populasi mangsa akan meningkat dengan nilai $\alpha > \beta$,
   2) semakin kecil nilai α dan β yang diberikan, maka akan menyebabkan proses interaksi antara kedua spesies melambat, namun populasi mangsa akan meningkat,
   3) terdapat kondisi yaitu pada kasus ketiga dimana populasi mangsa yang berimbang dengan populasi pemangsa mengakibatkan tekanan predasi yang cukup tinggi berakibat pupulasi mangsa terancam kepunahan.
   4) Terdapat kondisi yaitu pada kasus keenam dimana populasi mangsa yang sangat tinggi dibanding dengan populasi pemangsa yang rendah mengakibatkan tekanan predasi juga turun berakibat populasi pemangsa terancam punah.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Kemenristekdikti terkait dana Hibah DRPM 2018 dan Kepala Balai Taman Nasional Alas Purwo Kabupaten Banyuwangi terkait data penelitian, serta seluruh pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Referensi

[1] Angga, T. F., 2010. *Penerapan Model Mangsa-Pemangsa Lotka-Volterra (Studi Kasus Perkebunan Kopi, Kakao (PTPN X), dan Kelapa Rakyat di Jember),* Jember: FMIPA Universitas Jember: Tidak Dipublikasikan.Skripsi.
[2] Anisiu, M. C., 2014. Lotka, Volterra and their Model. *Didactica Mathematica ,* Volume 32, pp. 9-17.
[3] Campbel, S. L. & Haberman, S., 2008. *Introduction to Differential Equations with Dynamical System.* New Jersey: Pricenton University Press.
[4] Chapra, S. C. & Canale, R. P., 2010. *Numerical Method for Engineers.* Sixth ed. New York: McGraw-Hill.
[5] Boyce, W. E. & DiPrima, R. C., 2008. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problem.* Ninth ed. New York: John Willey & Sons.