

Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematika Materi Barisan dan Deret Aritmatika

Mustika Pamungkas¹, Nizlel Huda², dan Syaiful³

*^{1,2,3}Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Jambi
Jl. Raya Jambi Muara Bulian KM 15, Mendalo Darat, Muaro Jambi, Jambi,
Indonesia*

** mustikapamungkas@gmail.com*

Received: 26 Oktober 2025; Accepted: 17 November 2025 ; Published: 05 Desember 2025

Doi: 10.15575/ja.v11i2.51938

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kemampuan penalaran matematis siswa kelas X Fase E di SMA Negeri 10 Tanjung Jabung Timur dalam memecahkan masalah materi barisan dan deret aritmetika. Penelitian menggunakan pendekatan kualitatif dengan metode deskriptif. Subjek penelitian terdiri atas tiga siswa yang dipilih berdasarkan tingkat kemampuan penalaran matematis, yaitu tinggi, sedang, dan rendah. Pengumpulan data dilakukan melalui tes tertulis, disertai teknik *think aloud* (proses berpikir lisan), dan wawancara semi terstruktur. Data dianalisis dengan tahapan reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan variasi kemampuan yang signifikan pada setiap subjek. Siswa dengan kemampuan tinggi mampu memenuhi hampir seluruh indikator penalaran, seperti memahami pola, melakukan perhitungan, menggeneralisasi konsep, dan menguji hasil. Sebaliknya, siswa dengan kemampuan sedang dan rendah hanya menunjukkan pemahaman yang baik pada tahap memahami pola dan perhitungan dasar, namun masih lemah dalam menggeneralisasikan konsep dan mengevaluasi kebenaran solusi. Berdasarkan temuan tersebut, disimpulkan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa secara keseluruhan masih perlu ditingkatkan. Implikasi dari penelitian ini adalah pentingnya penerapan pembelajaran yang menekankan proses berpikir logis, sistematis, dan reflektif.

Kata kunci: Aritmetika Barisan, Deret, Kemampuan Penalaran Matematis, Pemecahan Masalah.

Abstract

This study aims to analyse the mathematical reasoning abilities of tenth-grade Phase E students at SMA Negeri 10 Tanjung Jabung Timur in solving problems related to arithmetic sequences and series. The study used a qualitative approach with descriptive methods. Three students were selected based on their mathematical

reasoning ability levels: high, medium, and low. Data collection was conducted through written tests, using think-aloud techniques, and semi-structured interviews. Data were analyzed through data reduction, data presentation, and conclusion drawing. The results showed significant variation in ability across subjects. Students with high ability were able to meet almost all reasoning indicators, such as understanding patterns, performing calculations, generalizing concepts, and testing results. Conversely, students with medium and low ability only demonstrated good understanding of patterns and basic calculations, but remained weak in generalizing concepts and evaluating the correctness of solutions. Based on these findings, it was concluded that students' overall mathematical reasoning abilities still need to be improved. The implication of this study is the importance of implementing learning that emphasizes logical, systematic, and reflective thinking processes.

Keywords: Arithmetic Sequences, Series, Mathematical Reasoning Ability, Problem Solving.

1. PENDAHULUAN

Penalaran matematis dan pembelajaran matematika memiliki keterkaitan dan tidak dapat dipisahkan, hal ini dikarenakan materi matematika membutuhkan penalaran untuk memahaminya sedangkan penalaran juga dapat dilatihkan dan dipahami melalui belajar matematika. Dengan kemampuan penalaran, siswa akan mampu mendalami konsep dengan mengembangkan pemecahan dari suatu permasalahan menggunakan kemampuan yang dimilikinya (Romsih, 2019). Penalaran matematis sangat penting karena membantu siswa memahami konsep, menyusun strategi, dan berpikir logis dalam menyelesaikan masalah. Sejalan dengan itu, pemahaman konsep menjadi dasar bagi siswa untuk mengamati pola, membuat dugaan, serta merancang model matematika yang tepat sebagai langkah penyelesaian masalah (Hendriana, 2019). penalaran matematis juga berperan dalam membangun pemahaman konseptual yang mendalam dan memungkinkan siswa untuk menghubungkan berbagai konsep matematika dalam konteks kehidupan nyata (Rahmawati & Hidayat, 2020).

Penalaran matematis adalah aktivitas menyimpulkan atau menghasilkan ungkapan baru yang didasarkan pada prinsip-prinsip yang sudah pasti kebenarannya. Penalaran matematis membutuhkan penguasaan beberapa komponen penting, termasuk pemahaman konsep, keterampilan prosedural, dan kompetensi strategis dalam memecahkan masalah. Penalaran induktif dan deduktif adalah dua jenis penalaran yang sering digunakan dalam proses berpikir matematis. Sumarto (2016), menyatakan penalaran matematis dibedakan menjadi dua, yaitu penalaran induktif dan deduktif. Penalaran induktif adalah proses penarikan kesimpulan dari hal-hal yang khusus menuju hal-hal yang bersifat umum (Sari, 2019).

Kemampuan penalaran matematis merupakan salah satu aspek berpikir tingkat tinggi yang membantu siswa memahami konsep, menarik kesimpulan logis, serta mengembangkan pola berpikir kritis dan analitis. Menurut Polya (2004), dalam menyelesaikan permasalahan matematika diperlukan langkah-langkah berpikir sistematis yang meliputi memahami masalah, merencanakan penyelesaian, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali hasil. Akan tetapi, kenyataan di lapangan menunjukkan bahwa banyak siswa mengalami kesulitan dalam menerapkan langkah-langkah tersebut secara efektif. Berdasarkan observasi awal yang dilakukan oleh peneliti di kelas X Fase E2 SMA Negeri 10 Tanjung Jabung Timur, masih ditemukan siswa yang kesulitan memahami soal barisan dan deret aritmatika, terutama dalam mengidentifikasi pola bilangan, menyusun model matematika, dan

menarik kesimpulan logis. Kondisi ini menggambarkan bahwa kemampuan penalaran induktif dan deduktif siswa masih rendah, padahal kemampuan tersebut sangat penting dalam memahami dan memecahkan masalah matematika (Putra, 2021).

Dengan memahami kesulitan tersebut sejak awal pembelajaran, diharapkan guru dapat menerapkan strategi pembelajaran yang tepat sehingga kemampuan penalaran matematis siswa dapat meningkat (Yuniarti, 2022).

Seseorang yang dihadapkan pada permasalahan matematika memerlukan pola pikir yang runtut dan sistematis untuk menyelesaikannya. Penalaran berperan sebagai jembatan antara pemahaman konsep dan penerapannya dalam penyelesaian soal, sehingga membantu siswa menghasilkan solusi yang logis dan bermakna (Fitria, 2019). Penalaran matematis menjadi dasar penting dalam membangun kemampuan berpikir logis dan analitis. Zakiah (2023) menyatakan bahwa penalaran matematis berperan besar dalam membangun pemahaman konseptual dan kemampuan berpikir kritis siswa. Rendahnya kemampuan penalaran menyebabkan siswa sulit dalam menghubungkan konsep-konsep matematika yang telah dipelajari sebelumnya, sehingga berdampak pada kesulitan dalam menyelesaikan soal-soal yang bersifat pemecahan masalah. Penelitian Lestari (2020) juga menunjukkan bahwa banyak siswa SMA yang mengalami kesulitan dalam menyusun argumen logis serta menarik kesimpulan dari permasalahan matematika. Hal ini menunjukkan bahwa penguatan kemampuan penalaran matematis sangat diperlukan agar siswa dapat memahami hubungan antar konsep dan mengaplikasikannya dalam konteks pemecahan masalah nyata.

Materi barisan dan deret aritmatika merupakan salah satu topik penting yang diajarkan di kelas X SMA. Materi ini menuntut siswa untuk memiliki kemampuan dalam mengenali pola bilangan, menentukan rumus suku ke- n , serta menyusun hubungan logis antara suku-suku barisan. Menurut Rambe and Afri (2020), dalam mempelajari barisan dan deret aritmatika diperlukan kemampuan penalaran untuk menemukan pola serta membangun generalisasi dari kasus yang bersifat khusus ke kasus yang bersifat umum. Namun, berdasarkan hasil observasi ditemukan beberapa siswa belum mampu mengidentifikasi pola bilangan dengan benar dan sering kali melakukan kesalahan dalam menyusun rumus umum barisan aritmatika. Hal ini menunjukkan bahwa siswa belum mampu menerapkan penalaran induktif dan deduktif secara optimal dalam proses pemecahan masalah.

Beberapa penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa masih perlu ditingkatkan. Menurut Ridwan (2017), kemampuan penalaran dan komunikasi matematis siswa masih tergolong rendah, di mana siswa kesulitan memahami bentuk soal, kurang mampu menarik kesimpulan logis, serta kurang aktif dalam proses pembelajaran. Sementara hasil penelitian Mahendra dkk (2019) mengungkapkan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa tergolong tinggi, dengan rata-rata 83% pada seluruh indikator penalaran, khususnya pada aspek melaksanakan perhitungan, menarik kesimpulan, dan membuat perkiraan.

Berdasarkan permasalahan yang ditemukan, peneliti tertarik untuk melakukan kajian lebih mendalam mengenai kemampuan penalaran matematis siswa pada materi barisan dan deret aritmatika. Penelitian ini berupaya untuk menganalisis bagaimana siswa memahami masalah, mengidentifikasi pola, serta menarik kesimpulan logis dalam proses pemecahan masalah matematika. Adapun rumusan masalah dalam penelitian ini adalah *"Bagaimana kemampuan penalaran matematis siswa dalam pemecahan masalah matematika pada materi barisan dan deret aritmatika kelas X Fase E2 SMA Negeri 10 Tanjung Jabung Timur?"*

Tujuan penelitian ini adalah untuk menganalisis dan mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis siswa dalam pemecahan masalah matematika pada materi barisan dan deret aritmatika. Secara teoritis, penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi dalam pengembangan ilmu pendidikan matematika, khususnya terkait kemampuan penalaran matematis siswa. Secara praktis, hasil penelitian ini dapat menjadi acuan bagi guru dalam merancang pembelajaran yang mampu meningkatkan kemampuan berpikir logis dan pemecahan masalah siswa, serta menjadi bahan refleksi bagi peserta didik agar mampu mengembangkan cara berpikir matematis yang lebih terstruktur.

2. METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Pendekatan ini dipilih karena bertujuan untuk menggambarkan secara mendalam kemampuan penalaran matematis siswa dalam memecahkan masalah pada materi barisan dan deret aritmatika tanpa memberikan perlakuan terhadap variabel. Subjek dalam penelitian ini adalah siswa kelas X Fase E2 SMAN 10 Tanjung Jabung yang dipilih berdasarkan ketercapaian indikator penalaran matematis. Masing-masing mewakili kategori tinggi, sedang, dan rendah. S1 dengan kemampuan tinggi mampu memahami pola, membuat dugaan, dan menarik kesimpulan secara logis. S2 dengan kemampuan sedang dapat memahami pola dan melakukan perhitungan dengan benar, namun masih kesulitan dalam menggeneralisasikan konsep dan memeriksa kembali hasilnya. Sedangkan S3 dengan kemampuan rendah masih mengalami kesulitan dalam memahami masalah dan mengaitkan informasi antar konsep, meskipun telah berusaha menyelesaikan soal dengan rumus yang diketahui. Data yang dikumpulkan berupa hasil tes tertulis kemampuan penalaran matematis, hasil *think aloud*, serta wawancara semi terstruktur. Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri yang berperan sebagai perencana, pelaksana, pengumpul data, sekaligus peng analisis hasil penelitian. Instrumen pendukung berupa lembar soal tes dan pedoman wawancara digunakan untuk membantu proses pengumpulan data yang relevan dengan tujuan penelitian.

Pengolahan dan analisis data dilakukan secara kualitatif mengikuti tahapan menurut Miles and Huberman (1994), yaitu reduksi data, penyajian data, serta penarikan kesimpulan dan verifikasi. Untuk menjamin keabsahan data, peneliti melakukan triangulasi sumber dan teknik, dengan membandingkan hasil tes, hasil *think aloud*, dan hasil wawancara. Hasil penelitian disajikan secara deskriptif naratif agar memberikan gambaran yang utuh dan mendalam mengenai kemampuan penalaran matematis siswa dalam pemecahan masalah pada materi barisan dan deret aritmatika.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Bagian ini menyajikan hasil penelitian yang diperoleh dari analisis data melalui tes kemampuan penalaran matematis, hasil *think aloud*, dan wawancara terhadap tiga subjek penelitian. Data yang dikumpulkan kemudian dianalisis secara deskriptif kualitatif untuk menggambarkan kemampuan penalaran matematis siswa dalam memecahkan masalah pada materi barisan dan deret aritmatika.

A. Kemampuan Penalaran Matematis Subjek 1

Berdasarkan hasil tes, *think aloud*, dan wawancara, Subjek 1 (S1) menunjukkan kemampuan penalaran matematis yang cukup baik dalam menyelesaikan soal barisan dan deret aritmatika. S1 memerlukan waktu 10 menit 59 detik untuk menyelesaikan soal, dengan menunjukkan pemahaman yang tepat terhadap pola dan hubungan antar

data. Pada indikator pertama, yaitu memahami pola, S1 mampu mengidentifikasi pola perubahan jumlah produksi baja di kedua pabrik sebagai barisan aritmetika dengan beda tetap. Hal ini menunjukkan bahwa S1 memahami konsep dasar keteraturan dalam barisan serta dapat menuliskannya dalam bentuk model matematis yang sesuai.

Jawaban.
 Diket: Pabrik A & Pabrik B \Rightarrow produksi baja.
 : Januari 2022.
 - Pabrik A = 2.000 btm, Pabrik B = 600 btm.
 : Pabrik A = 20 btm peningkatan, Pabrik B = 10 btm. peningkatan.
 : Perbandingan 3:1.
 Dit: Bulan & tahun berapa perbandingan 3:1 tercapai?

Gambar 1. Jawaban S1 Kemampuan Memahami Pola

Pada indikator kedua, membuat dugaan atau *konjektur*, S1 dapat menurunkan rumus umum barisan aritmetika untuk masing-masing pabrik, yaitu $A_n = a + (n - 1)b$ dan $B_n = a + (n - 1)b$. Subjek memahami bahwa perubahan tetap menunjukkan adanya keteraturan, sehingga mampu menghubungkan konsep pola dengan bentuk umum barisan. Selanjutnya, pada indikator ketiga yaitu menggeneralisasikan konsep dari kasus khusus ke kasus umum, S1 dapat menuliskan langkah-langkah penyelesaian secara runtut menggunakan rumus umum dan menurunkan model aljabar dari situasi kontekstual yang diberikan. Hal ini mencerminkan kemampuan berpikir induktif yang baik dalam menghubungkan informasi konkret ke bentuk simbolik matematis.

Jawab. Pabrik A
 Rumus: $A_n = a + (n-1).b$
 Pabrik B
 $B_n = a + (n-1).b$

Gambar 2. Jawaban S1 Membuat Dugaan atau Konjektur

Pada indikator keempat, yaitu menguji generalisasi, S1 dapat memverifikasi rumus yang telah dibuat dengan membandingkannya terhadap kondisi lain melalui pembentukan persamaan $A_n = 3B_n$ untuk menentukan saat jumlah produksi kedua pabrik berbanding 3:1. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa S1 mampu menerapkan konsep dengan benar dan menilai kebenaran pola yang ditemukan. Namun, pada indikator kelima yaitu melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan, S1 belum sepenuhnya memenuhi kriteria karena tidak menuliskan langkah-langkah perhitungannya secara sistematis meskipun hasil akhirnya benar. Hal ini mengindikasikan bahwa S1 memahami konsep namun belum sepenuhnya terampil dalam mengekspresikan proses berpikir matematisnya secara tertulis.

$$A_n = 3.B_n$$

$$1980 + 20n = 3.(600 + 10n)$$

$$1980 + 20n = 1.770 + 30n$$

$$1980 - 1770 = -20n + 30n$$

$$210 = 10n$$

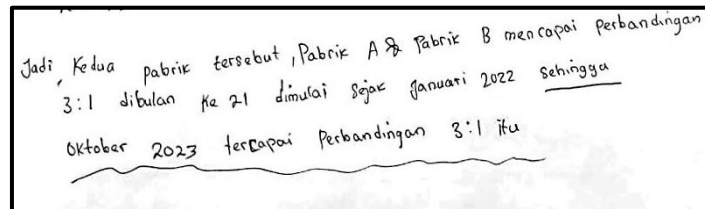
$$n = \frac{210}{10}$$

$$n = 21$$

Gambar 3. Jawaban S1 Menguji Generalisasi

Pada indikator keenam, yaitu menarik kesimpulan dengan inferensi, S1 dapat menyimpulkan secara logis bahwa perbandingan produksi 3:1 terjadi pada bulan ke-21 atau sekitar Oktober 2023. Kemampuan ini menunjukkan bahwa S1 mampu

mengaitkan hasil perhitungan dengan konteks permasalahan dan menafsirkan hasil dalam situasi nyata. Sementara pada indikator ketujuh, membuktikan konsep secara langsung, S1 mampu memeriksa kembali kebenaran hasil dengan cara mensubstitusikan nilai-nilai yang diperoleh ke dalam rumus dan memastikan kesesuaian dengan pola barisan. Dengan demikian, secara keseluruhan S1 telah memenuhi hampir seluruh indikator penalaran matematis dengan baik, kecuali pada aspek penulisan prosedur perhitungan yang belum sepenuhnya sistematis.



Jadi, kedua pabrik tersebut, Pabrik A & Pabrik B mencapai perbandingan 3:1 dibulan ke 21 dimulai sejak Januari 2022 sehingga Oktober 2023 tercapai perbandingan 3:1 itu

Gambar 4. Jawaban S1 Menarik Kesimpulan dengan Inferensi

Berdasarkan hasil tes dan wawancara, S1 menunjukkan kemampuan penalaran matematis yang baik dalam menyelesaikan masalah barisan dan deret aritmatika. Pada indikator memahami pola, S1 mampu mengidentifikasi informasi penting dalam soal dan menuliskan kembali data yang diketahui serta hal yang ditanyakan secara runtut. S1 juga dapat membuat dugaan atau konjektur berdasarkan pola dengan menuliskan rumus barisan aritmetika yang sesuai dan mengaitkannya dengan konteks permasalahan. Pada indikator menggeneralisasikan konsep dan menguji generalisasi, S1 menunjukkan pemahaman yang mendalam dengan mampu menyusun bentuk umum dari pola serta membandingkan hasil generalisasi dengan kasus lain untuk memastikan kebenarannya. Hal ini memperlihatkan bahwa S1 memiliki kemampuan berpikir induktif yang kuat dan dapat menerapkan pola secara logis dalam menyelesaikan soal.

Selain itu, pada indikator melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan, S1 memahami konsep dan rumus yang digunakan namun tidak menuliskan langkah perhitungannya secara lengkap. Meskipun demikian, hasil perhitungan yang diperoleh tetap benar dan menunjukkan pemahaman terhadap prosedur matematis. Pada indikator menarik kesimpulan dengan inferensi, S1 mampu menyimpulkan hasil akhir dengan tepat berdasarkan pola dan perhitungan yang dilakukan. S1 juga mampu membuktikan konsep secara langsung dengan langkah yang cukup sistematis, meskipun beberapa tahapan belum dijelaskan secara rinci. Secara keseluruhan, S1 menunjukkan kemampuan penalaran matematis yang baik dan sistematis, meskipun perlu meningkatkan kebiasaan dalam menuliskan langkah perhitungan secara lebih lengkap untuk memperkuat argumentasi matematis.

B. Kemampuan Penalaran Subjek 2

Berdasarkan hasil tes, *think aloud*, dan wawancara, Subjek 2 (S2) menunjukkan kemampuan penalaran matematis yang cukup baik dengan waktu penyelesaian soal selama 6 menit 27 detik. Pada indikator pertama yaitu kemampuan memahami pola, S2 mampu mengenali keteraturan yang terdapat dalam soal dengan menuliskan data yang diketahui dan ditanyakan secara tepat. S2 memahami bahwa perubahan jumlah produksi baja pada Pabrik A dan Pabrik B setiap bulannya memiliki pola kenaikan yang tetap, sehingga termasuk dalam kategori barisan aritmetika. Hal ini menunjukkan bahwa S2 telah mampu mengidentifikasi pola dasar dari permasalahan yang diberikan serta mengaitkannya dengan konsep matematis yang relevan.

Diket:

- > Jumlah baja pabrik A = 2.000
- > " " B = 1.600
- > Peningkatan produksi pabrik A/bulan = 20
- > " " B/bulan = 10
- > Pada Januari tahun 2022

Ditanya:

Pada bulan dan tahun berapa perbandingan pabrik A dan B mencapai 3 : 1

Gambar 5. Jawaban S2 Kemampuan Memahami Pola

Selanjutnya pada indikator kedua yaitu membuat dugaan atau konjektur berdasarkan pola, S2 mampu menurunkan rumus umum barisan aritmetika untuk masing-masing pabrik menggunakan bentuk $U_n = a + (n - 1)b$. S2 juga menjelaskan bahwa perubahan jumlah produksi terjadi secara linear dengan selisih yang konstan. Kemampuan ini menunjukkan bahwa S2 telah memahami hubungan antara pola konkret dan bentuk matematis yang lebih abstrak. Dengan demikian, kemampuan penalaran pada tahap ini tergolong baik karena subjek mampu menghubungkan data empiris ke dalam model matematis yang tepat.

Jawab:

Pabrik A: $U_n = a + (n-1)b$

Pabrik B: $U_n = a + (n-1)b$

$= 100 + (21-1)10$

Gambar 6. Jawaban S2 Membuat Dugaan atau Konjektur

Pada indikator ketiga yaitu menggeneralisasikan konsep dari kasus yang bersifat khusus kepada kasus yang bersifat umum, S2 belum sepenuhnya menunjukkan kemampuan tersebut. Meskipun mampu mengungkapkan dan menuliskan penyelesaian berdasarkan pola yang ditemukan, S2 belum membandingkan hasil generalisasi terhadap contoh lain untuk memastikan kebenarannya. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan generalisasi S2 masih terbatas pada penerapan rumus tanpa melakukan proses verifikasi terhadap hasil yang diperoleh. Dengan demikian, tahap ini memperlihatkan bahwa kemampuan konseptual S2 masih perlu ditingkatkan melalui latihan yang menekankan pemahaman hubungan antara pola khusus dan bentuk umum barisan.

Indikator keempat yaitu menguji generalisasi dengan melihat kesesuaian terhadap kasus lain juga belum sepenuhnya dikuasai oleh S2. Meskipun S2 telah memahami rumus barisan aritmetika dan mencoba mengaplikasikannya pada permasalahan baru, penerapan nilai-nilai dalam perhitungan masih kurang tepat. Hal ini menunjukkan bahwa secara konseptual S2 sudah memahami prinsip barisan aritmetika, namun masih perlu meningkatkan ketelitian dalam menyesuaikan penerapan konsep terhadap konteks permasalahan yang berbeda. Dengan demikian, kemampuan S2 dalam menguji generalisasi berada pada tingkat cukup, karena sudah memahami konsep namun masih terdapat kekurangan pada tahap penerapan.

$$\begin{aligned} A_n &= 3b_n \\ 2.400 &= 3 \cdot 800 \\ 2.400 &= 2.400 \end{aligned}$$

Gambar 7. Jawaban S2 Menguji Generalisasi

Pada indikator kelima yaitu melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan, S2 menunjukkan kemampuan prosedural yang baik. Subjek mampu menuliskan langkah-langkah perhitungan secara sistematis dan menggunakan rumus dengan benar untuk

menentukan suku ke-21 pada masing-masing pabrik. S2 dapat melakukan substitusi nilai secara tepat sesuai dengan kaidah barisan aritmetika tanpa menulis semua suku secara berurutan. Hal ini menandakan bahwa S2 sudah memahami penerapan konsep barisan aritmetika secara efisien dan akurat, serta mampu menggunakan pola atau rumus yang ditemukan untuk menyelesaikan permasalahan dengan benar.

Handwritten calculations for two arithmetic sequences:

Jawab:

Pabrik A: $U_n = a + (n-1)b$
 $= 3000 + (21-1)20$
 $= 3000 + (20)20$
 $= 3000 + 400$
 $= 3400$

Pabrik B: $U_n = a + (n-1)b$
 $= 100 + (21-1)10$
 $= 100 + (20)10$
 $= 100 + 200$
 $= 300$

GOODLUCK

Gambar 8. Jawaban S2 Melaksanakan Perhitungan

Selanjutnya pada indikator keenam yaitu menarik kesimpulan dengan inferensi, S2 mampu menyimpulkan hasil perhitungan dengan tepat berdasarkan pola dan rumus yang telah digunakan. S2 menyatakan bahwa perbandingan antara produksi Pabrik A dan Pabrik B mencapai 3:1 pada bulan Oktober 2023. Kesimpulan ini menunjukkan kemampuan S2 dalam mengaitkan hasil perhitungan dengan konteks soal secara logis. Dengan demikian, kemampuan penalaran S2 pada tahap ini tergolong baik karena dapat menghubungkan proses perhitungan dengan hasil akhir yang relevan.

Pada indikator ketujuh yaitu membuktikan konsep secara langsung, tidak langsung, atau dengan induksi matematika, S2 mampu menunjukkan kebenaran hasil yang diperoleh melalui langkah-langkah perhitungan yang sistematis. S2 melakukan verifikasi dengan cara mensubstitusikan kembali nilai-nilai ke dalam rumus untuk memastikan kesesuaian hasil dengan pola awal. Hal ini menunjukkan bahwa S2 telah memahami hubungan antara proses, konsep, dan hasil akhir. Secara keseluruhan, kemampuan penalaran matematis S2 tergolong baik, terutama dalam aspek prosedural dan penerapan rumus, namun masih perlu penguatan dalam hal generalisasi dan ketelitian saat menguji konsep terhadap variasi permasalahan.

Jadi Pada bulan Oktober 2023 Perbandingan antara Pabrik A dan B mencapai 3 : 1.

Gambar 9. Jawaban S2 Menarik Kesimpulan dengan Inferensi

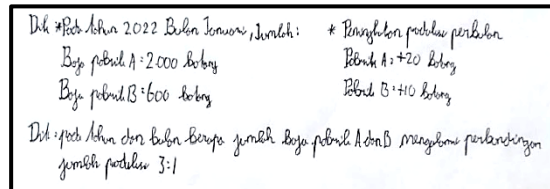
S2 menunjukkan kemampuan penalaran matematis yang cukup baik, terutama pada indikator memahami pola dan membuat dugaan atau konjektur. S2 dapat menuliskan informasi penting dalam soal seperti data awal, peningkatan produksi, dan perbandingan yang diminta. Selain itu, S2 mampu menuliskan rumus umum barisan aritmetika dengan benar sebagai dasar dalam penyelesaian masalah. Namun, pada indikator menggeneralisasikan konsep, S2 belum mampu menyusun bentuk umum dari pola yang ditemukan. S2 hanya menampilkan hasil perhitungan tanpa mengaitkannya dengan bentuk umum rumus, sehingga menunjukkan bahwa kemampuan generalisasi konsep masih perlu diperkuat. Pada tahap menguji generalisasi, S2 sudah berusaha menerapkan rumus pada kasus lain, tetapi penerapannya belum sepenuhnya tepat karena kurang teliti dalam menghitung dan membandingkan hasilnya.

Pada indikator melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan, S2 menunjukkan kemampuan yang baik dengan menuliskan langkah-langkah dan menerapkan rumus secara benar hingga mendapatkan hasil yang sesuai. S2 juga mampu menarik kesimpulan berdasarkan hasil perhitungan yang dilakukan, meskipun penjelasannya

masih bersifat singkat tanpa uraian pendukung yang lengkap. Pada tahap membuktikan konsep, S2 dapat menunjukkan hasil yang sesuai dengan pola awal, namun langkah-langkah pembuktian yang dilakukan belum sepenuhnya sistematis. Secara keseluruhan, S2 memiliki kemampuan penalaran matematis yang baik dalam memahami pola dan melakukan perhitungan, namun masih perlu meningkatkan kemampuan dalam melakukan generalisasi dan menguji kebenaran konsep agar hasil penyelesaian lebih akurat dan argumentatif.

C. Kemampuan Penalaran Subjek 3

Berdasarkan hasil tes, *think aloud*, dan wawancara, Subjek 3 (S3) membutuhkan waktu 5 menit 47 detik untuk menyelesaikan soal yang diberikan. Pada indikator pertama yaitu kemampuan memahami pola, S3 mampu mengidentifikasi dan menuliskan pola yang terdapat dalam soal dengan jelas. S3 menjelaskan bahwa jumlah produksi baja Pabrik A dan Pabrik B meningkat secara teratur setiap bulan dengan selisih tetap, sehingga membentuk pola barisan aritmetika. S3 juga menuliskan informasi penting dalam soal, seperti data awal, peningkatan produksi tiap bulan, dan target perbandingan 3:1. Hal ini menunjukkan bahwa S3 telah memahami pola perubahan yang terjadi dan mampu menghubungkannya dengan konsep barisan aritmetika secara sistematis.



Gambar 10. Jawaban S3 Kemampuan Memahami Pola

Selanjutnya pada indikator kedua yaitu membuat dugaan atau konjektur berdasarkan pola, S3 dapat menurunkan rumus umum barisan aritmetika menggunakan bentuk $a_n = a + (n - 1)b$. Berdasarkan penjelasan S3, rumus tersebut digunakan untuk menentukan jumlah produksi pada bulan tertentu bagi masing-masing pabrik. S3 memahami bahwa pola kenaikan yang tetap menandakan adanya hubungan linear antar suku dalam barisan. Dengan demikian, kemampuan S3 dalam membuat dugaan berdasarkan pola tergolong baik karena mampu menghubungkan fenomena konkret dalam soal dengan representasi matematis yang abstrak.

$$a_n = a + (n - 1)b$$

Gambar 11. Jawaban S3 Membuat Dugaan atau Konjektur

Pada indikator ketiga yaitu menggeneralisasikan konsep dari kasus yang bersifat khusus kepada kasus yang bersifat umum, S3 belum sepenuhnya menunjukkan kemampuan ini. Berdasarkan hasil *think aloud*, S3 hanya mengamati adanya pola kenaikan yang tetap tanpa menurunkannya ke bentuk umum atau melakukan pembuktian lebih lanjut. S3 juga belum menjelaskan bagaimana pola tersebut dapat diterapkan pada kasus lain dengan struktur serupa. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan generalisasi S3 masih terbatas pada pengamatan pola, belum sampai pada tahap mengaitkan konsep tersebut ke dalam bentuk matematis yang lebih luas.

Indikator keempat yaitu menguji generalisasi dengan melihat kesesuaian terhadap kasus lain juga belum sepenuhnya terpenuhi oleh S3. S3 telah berusaha menggunakan rumus umum barisan aritmetika untuk membandingkan hasil antara Pabrik A dan Pabrik B, namun penerapannya belum tepat sehingga hasil perhitungan menjadi tidak

sesuai. S3 memahami prinsip dasar bahwa selisih tetap merupakan ciri dari barisan aritmetika, tetapi kesalahan dalam substitusi nilai menunjukkan bahwa subjek masih perlu meningkatkan ketelitian dalam menerapkan rumus. Dengan demikian, pada tahap ini S3 telah memahami konsep tetapi belum mampu menggunakannya secara konsisten dalam konteks permasalahan yang berbeda.

$$\text{Diketahui : } A_n = 3B_n$$

$$A_n = 3b_n$$

$$\frac{2400}{3} = \frac{3b_n}{3}$$

$$b_n = 800 //$$

$$b_n \text{ ke-21} = 800$$

Gambar 12. Jawaban S2 Menguji Generalisasi

Pada indikator kelima yaitu melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan, S3 menunjukkan kemampuan prosedural yang baik. Subjek mampu menggunakan rumus barisan aritmetika secara tepat untuk menentukan suku ke- n dengan memasukkan nilai-nilai yang diketahui tanpa harus menuliskan semua suku satu per satu. S3 menuliskan langkah-langkah perhitungan dengan benar, meskipun penjelasan terhadap prosesnya belum dijabarkan secara rinci. Hal ini menunjukkan bahwa S3 memiliki pemahaman yang cukup baik terhadap penggunaan rumus dan mampu menyelesaikan perhitungan secara sistematis sesuai kaidah matematika.

$$a_n = a + (n-1)b$$

$$= 2000 + (21-1)20$$

$$= 2000 + (20)20$$

$$A_n = 2000 + 400 = 2400$$

GOOD LUCK

$$b_n = 600 + (21-1)20$$

$$= 600 + (20)20$$

$$= 600 + 400$$

$$= 1000 //$$

Gambar 13. Jawaban S3 Melaksanakan Perhitungan

Selanjutnya pada indikator keenam yaitu menarik kesimpulan dengan inferensi, S3 mampu menyimpulkan hasil perhitungan dengan benar berdasarkan rumus yang telah digunakan. S3 menyatakan bahwa perbandingan produksi antara Pabrik A dan Pabrik B mencapai 3:1 pada bulan ke-21, yaitu bulan Oktober 2023. Kesimpulan ini menunjukkan bahwa S3 dapat mengaitkan antara hasil perhitungan dengan konteks waktu secara logis. Dengan demikian, kemampuan penalaran S3 pada tahap ini tergolong baik karena mampu menafsirkan hasil akhir berdasarkan hubungan antar variabel yang telah dihitung sebelumnya.

21 bulan setelah Jan 2022
 1 tahun = 12 bulan 21-12 = 9 //
 9 bulan setelah Jan 2023 = Oktober 2023

Jadi jika pabrik A dan B ingin memproduksi
 hasil produksi 3:1 maka perlu beres dibulan
 Oktober 2023//

Gambar 14. Jawaban S3 Menarik Kesimpulan dengan Inferensi

Pada indikator ketujuh yaitu membuktikan konsep secara langsung, tidak langsung, atau dengan induksi matematika, S3 mampu menunjukkan langkah-langkah pembuktian hasil yang sistematis. S3 memeriksa kembali kesesuaian antara hasil perhitungan dan pola awal dengan cara mensubstitusikan kembali nilai ke dalam

rumus yang digunakan. Hal ini menunjukkan bahwa S3 telah memahami hubungan antara pola, rumus, dan hasil akhir. Namun, meskipun pembuktiannya sudah cukup baik, S3 masih perlu memperdalam pemahaman konseptual terutama dalam proses pembentukan rumus umum dari pola yang ditemukan. Secara keseluruhan, kemampuan penalaran matematis S3 tergolong cukup baik, dengan kekuatan pada aspek prosedural dan inferensial, namun masih perlu penguatan dalam kemampuan generalisasi konsep dan ketepatan penerapan rumus pada konteks yang berbeda.

S3 menunjukkan kemampuan penalaran matematis yang cukup baik namun dengan beberapa keterbatasan dalam generalisasi konsep. Pada indikator memahami pola dan membuat dugaan atau konjektur, S3 mampu mengidentifikasi pola peningkatan pada setiap pabrik dan menuliskannya kembali secara matematis dengan rumus barisan aritmetika yang tepat. Hal ini menunjukkan bahwa S3 memahami hubungan antar data dan dapat menghubungkannya dengan konsep matematis yang relevan. Namun, pada indikator menggeneralisasikan konsep dan menguji generalisasi, S3 belum menunjukkan kemampuan yang optimal. S3 belum mampu menuliskan bentuk umum dari pola yang ditemukan dan belum tepat dalam menerapkan rumus untuk membandingkan hasil generalisasi dengan kasus lain, sehingga hasil perhitungannya masih kurang akurat.

Pada indikator melaksanakan perhitungan, S3 mampu melakukan perhitungan dengan benar menggunakan rumus umum barisan aritmetika dan memperoleh hasil akhir yang tepat. S3 juga mampu menarik kesimpulan dengan inferensi yang logis berdasarkan hasil perhitungan dan konteks permasalahan, seperti menentukan waktu saat perbandingan produksi tercapai. Selain itu, S3 mampu membuktikan konsep secara langsung dengan langkah-langkah yang sistematis dan hasil yang sesuai dengan pola awal, meskipun penjelasannya masih sederhana. Secara keseluruhan, S3 telah menunjukkan pemahaman yang baik terhadap konsep dasar dan penerapan rumus, namun masih perlu memperkuat kemampuan generalisasi serta memperjelas hubungan antara pola dan formulasi matematis dalam proses penalaran.

Dari hasil penelitian yang dilakukan peneliti kepada ketiga subjek, dapat dilihat hasil kemampuan penalaran matematis siswa dalam pemecahan masalah matematika materi barisan dan deret pada tabel berikut :

Tabel 1. Hasil Kemampuan Penalaran Matematis Siswa
Dalam Pemecahan Masalah

S	Indikator Penalaran Matematis	Indikator Pemecahan Masalah Matematis			
		Memahami Masalah	Menyusun Rencana Penyelesaian	Melaksanakan Rencana Penyelesaian	Memeriksa Kembali
S1	Memahami Pola	√	-	-	-
	Membuat Dugaan/Konjektur	-	√	-	-
	Menggeneralisasi Konsep	-	-	√	-
	Menguji Generalisasi	-	-	√	-
	Melaksanakan Perhitungan	-	-	-	-

S	Indikator Penalaran Matematis	Indikator Pemecahan Masalah Matematis			
	Menarik Kesimpulan	-	-	-	√
	Membuktikan Konsep	-	-	-	√
S2	Memahami Pola	√	-	-	-
	Membuat Dugaan/Konjektur	-	√	-	-
	Menggeneralisasi Konsep	-	-	-	-
	Menguji Generalisasi	-	-	-	-
	Melaksanakan Perhitungan	-	-	√	-
	Menarik Kesimpulan	-	-	-	√
	Membuktikan Konsep	-	-	-	√
S3	Memahami Pola	√	-	-	-
	Membuat Dugaan/Konjektur	-	√	-	-
	Menggeneralisasi Konsep	-	-	-	-
	Menguji Generalisasi	-	-	-	-
	Melaksanakan Perhitungan	-	-	√	-
	Menarik Kesimpulan	-	-	-	√
	Membuktikan Konsep	-	-	-	√

Berdasarkan Tabel 1, kemampuan penalaran matematis siswa dalam pemecahan masalah terlihat beragam pada setiap indikator. Pada siswa S1, kemampuan memahami pola muncul pada tahap memahami masalah, sementara kemampuan membuat dugaan tampak pada tahap menyusun rencana. S1 terlihat mampu menggeneralisasi konsep dan menguji generalisasi pada tahap melaksanakan rencana penyelesaian. Selain itu, siswa juga mampu menarik kesimpulan serta membuktikan konsep pada tahap memeriksa kembali. Pada siswa S2, pola yang serupa juga tampak, di mana ia mampu memahami pola pada tahap memahami masalah, serta membuat dugaan pada tahap menyusun rencana. S2 menonjol dalam melaksanakan perhitungan saat melaksanakan rencana penyelesaian, sementara kemampuan menarik kesimpulan dan membuktikan konsep muncul ketika memeriksa kembali. Siswa S3 menunjukkan kecenderungan yang hampir sama dengan S2, yaitu memahami pola pada tahap memahami masalah dan membuat dugaan saat menyusun rencana. S3 juga mampu melakukan perhitungan pada tahap melaksanakan rencana penyelesaian dan menampilkan kemampuan menarik kesimpulan serta membuktikan konsep pada tahap memeriksa kembali. Secara keseluruhan, ketiga siswa menunjukkan kemampuan penalaran yang berbeda-beda pada setiap tahap pemecahan masalah, namun memiliki kesamaan bahwa kemampuan memahami pola paling dominan pada tahap memahami

masalah dan kemampuan menarik kesimpulan serta membuktikan konsep muncul pada tahap akhir, yaitu memeriksa kembali.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis terhadap kemampuan penalaran matematis siswa dalam pemecahan masalah matematika pada materi barisan dan deret aritmatika kelas X Fase E2 SMA Negeri 10 Tanjung Jabung Timur, diperoleh kesimpulan bahwa kemampuan penalaran siswa masih bervariasi pada setiap indikator yang diteliti. Secara umum, siswa telah mampu memahami pola dan membuat konjektur dari data yang diberikan serta menuliskan strategi penyelesaian yang sesuai. Namun, hanya sebagian siswa yang mampu menggeneralisasikan pola ke dalam bentuk rumus umum dan menguji kebenaran hasil dengan sistematis. Pada indikator melaksanakan perhitungan, sebagian besar siswa telah mampu memperoleh hasil dengan tepat, meskipun penjelasan langkah-langkah penyelesaian masih terbatas. Sementara itu, kemampuan menarik kesimpulan dan membuktikan konsep secara logis sudah mulai berkembang, namun belum sepenuhnya konsisten di antara seluruh subjek penelitian.

Secara keseluruhan, hasil penelitian ini menunjukkan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa perlu ditingkatkan melalui pembelajaran yang menekankan proses berpikir logis, sistematis, dan reflektif. Guru diharapkan dapat merancang kegiatan pembelajaran yang mendorong siswa untuk menuliskan langkah penyelesaian secara runtut, meninjau kembali hasil pekerjaannya, dan mengaitkan konsep matematika dengan situasi nyata. Penelitian ini juga memberikan implikasi bagi pengembangan strategi pembelajaran berbasis masalah dan kegiatan reflektif yang mampu menumbuhkan kemampuan berpikir kritis serta penalaran matematis siswa. Selain itu, penelitian lanjutan disarankan untuk mengeksplorasi model atau pendekatan pembelajaran yang lebih efektif dalam meningkatkan kemampuan penalaran matematis pada berbagai materi dan jenjang pendidikan lainnya.

Referensi

- Branca, N. A. (1980). Problem Solving as Goal, Process and Basic Skills. In S. Krulik & R. E. Reys (Eds.), *Problem Solving in School Mathematics*. Washington DC: NCTM.
- Faroh, N. (2011). Pengaruh Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematika terhadap Menyelesaikan Soal Cerita Materi Pokok Himpunan pada Siswa Semester 2 Kelas VII MTs NU Nurul Huda Mangkang Semarang Tahun Ajaran 2010/2011 (Skripsi). IAIN Walisongo, Semarang.
- Fitria, N. (2019) 'Pentingnya Penguatan Penalaran dalam Pembelajaran Matematika untuk Meningkatkan Kualitas Berpikir Siswa'. *Jurnal Pendidikan Matematika Nusantara*, 4(1), 45–52.
- Haryono, A. (2018) 'Profil Kemampuan Penalaran Induktif Matematika Mahasiswa Pendidikan Matematika UNIPA'. *Journal of Honai Math*, 1(2), 127–138.
- Hendriana, H., & Sumarmo, U. (2019) 'Pengaruh Penalaran Matematis terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa'. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 14(1), 89–102.
- Isnaeni, S., Fajriyah, L., Risky, E. S., Purwasih, R., & Hidayat, W. (2018) 'Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Dan Kemandirian Belajar Siswa SMP Pada Materi Persamaan Garis Lurus'. *Journal of Medives*, 2(2), 55–63.
- Lestari, I. (2020) 'Analisis Kesulitan Siswa SMA Dalam Penalaran Matematis Pada Pemecahan Masalah', *Jurnal Pendidikan Matematika*, 14(1), pp. 35–45. Available at: <https://doi.org/10.24114/jpm.v14i1.2876>.

- Limustafa, M., & Awan, H. (2019) 'Analisis Kemampuan Berpikir Visual Ditinjau Dari Adversity Quotient'. *Prosiding Seminar Nasional Lembaga Penelitian Dan Pendidikan (LPP) Mandala*.
- Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1994) *Qualitative Data Analysis: An Expanded Sourcebook (2nd ed.)*. Thousand Oaks CA: SAGE Publications.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM.
- Nunes, T. (2020). Mathematics and the Development of Thinking. *Journal of Cognitive Education*, 18(3), 201–217. <https://doi.org/10.1080/13670050.2020.1842043>
- Nunes, T., & Bryant, P. (2020). *Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective*. London: Psychology Press.
- Nursalam, A. D. A., & Usman, H. (2017) 'Pengembangan tes kemampuan penalaran matematis peserta didik Madrasah Tsanawiyah di Makassar'. *Lentera Pendidikan: Jurnal Ilmu Tarbiyah dan Keguruan*, 20(1).85-97.
- Polya, G. (2004) *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method (2nd ed.)*. Princeton University Press.
- Purba, D., Nasution, Z., & Lubis, R. (2021) 'Pemikiran George Polya tentang pemecahan masalah'. *Jurnal MathEdu (Mathematic Education Journal)*, 4(1), 25–31.
- Putra, R. A. (2021) 'Studi Kasus Kesulitan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Aljabar', *Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika*, 10(1), pp. 30–37.
- Rahmawati, A., & Hidayat, W. (2020) 'Peran Penalaran Matematis dalam Meningkatkan Pemahaman Konseptual Siswa'. *Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika*, 8(1), 45-58.
- Rambe, A. and Afri, L. (2020) 'Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Materi Barisan Dan Deret', *AXIOM: Jurnal Pendidikan dan Matematika*, 9(2), pp. 175–187.
- Ridwan, M. (2017) *Analisis kemampuan penalaran dan komunikasi siswa dalam menyelesaikan soal-soal aljabar kelas VII MTs Sultan Hasanuddin Kabupaten Gowa (Skripsi)*. UIN Alauddin Makassar.
- Romsih, O., Yuhana, Y. and Nindiasari, H. (2019) 'Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Melalui Problem Posing Ditinjau Dari Tahap Perkembangan Kognitif Siswa', *SJME (Supremum Journal of Mathematics Education)*, 3(1), pp. 37–46.
- Sumarlin, S. (2021) 'Pengaruh penalaran matematis terhadap kemampuan pemecahan masalah siswa'. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 15(2), 112–125.
- Sumarto, B. (2016) 'Peran penalaran deduktif dalam meningkatkan pemahaman matematis siswa', *Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika*, 8(3), pp. 112–127.
- Suryadi, D. (2018). 'Analisis Kemampuan Penalaran Induktif dalam Pembelajaran Matematika'. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 9(2), 65-78.
- Yuniarti, S. (2022). 'Pentingnya Memahami Alasan Pemilihan Subjek dalam Penelitian Pendidikan Matematika'. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan*, 3(1), 112–120.
- Zakiah, N. E. (2023) 'Pengembangan kemampuan penalaran matematis dalam pembelajaran matematika', *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 11(3), pp. 79–90.