Penyelesaian Program Linier menggunakan Metode *Quick Simplex* Dua Fase dan Metode Dua Fase dengan Dua Elemen secara Simultan

Elfira Saftri[1a)], Sri Basriati [1b)], Mohammad Soleh[1c)], Ade Novia Rahma[1d)]

[1]*Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau*

[a)]*email: elfira.safitri@uin-suska.ac.id*
[b)]*email: sribasriati@uin-suska.ac.id*
[c)]*email: msoleh@uin-suska.ac.id*
[d)]*email: adenoviarahma_mufti@yahoo.co.id*

Abstrak

Program linier merupakan suatu teknik penyelesaian optimal atas suatu masalah keputusan dengan cara menentukan terlebih dahulu fungsi tujuan (memaksimumkan atau meminimumkan) dari kendala–kendala yang ada dalam model matematik persamaan linier. Salah satu metode yang digunakan dalam penyelesaian program linier untuk kendala campuran adalah metode dua fase. Ada Suatu pendekatan baru untuk menyelesaikan permasalahan program linier yaitu dengan metode *quick* simpleks. Solusi penyelesaian program linier dengan metode *quick* simpleks dilakukan menggunakan matriks untuk mengurangi jumlah iterasi yang diperlukan untuk mencapai solusi yang optimal. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui solusi optimal dari penyelesaian program linier menggunakan metode *quick* simpleks dua fase dan metode dua fase untuk kasus fungsi tujuan minimum. Adapun metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode metode *quick* simpleks dua fase dan metode dua fase. Berdasarkan hasil penelitian bahwa metode *quick* simpleks pengambilan *entering variable* dan *leaving variable* dapat diambil dua elemen sekaligus sehingga menghasilkan iterasi yang lebih sedikit dibandingkan metode dua fase biasa.
Kata kunci: Program Linier, metode dua fase, metode quick simpleks dua fase.

Abstract

Linear programming is a technical solution for solving a decision problem by first determining the function of the constraints that exist in the mathematical model of a linear equation. One of the methods used in solving the simplex method for mixed constraints is the two-phase method. There is a new approach to solve linear programming problems, namely the quick simplex method is carried out using a matrix to reduce the number of iterations needed to achieve the optimal solution. Completion steps for the minimum case are the same as for the maximum case, the difference is only taking the entering variable, namely taking a positive value on the z_j-c_j line minimum case. The method used in this research is the two-phase quick simplex method. The purpose of this study is to find out the optimal solution for solving the quick simplex method in the two-phase method for the minimum case. Based on the research result, the quick simplex method of entering variables and leaving variables can take two elements simultaneously, resulting in fewer iterations than the usual two-phase method.
Keywords: Linear programming, two-phase method, two-phase quick simplex method.

Pendahuluan

Program linier merupakan teknik perencanaan dan membuat keputusan menggunakan model matematika dengan tujuan untuk menemukan kombinasi-kombinasi produk yang terbaik, dalam menyusun suatu alokasi sumber daya yang terbatas guna untuk mencapai tujuan yang digunakan secara optimal. Metode yang umum digunakan dalam penyelesaian program linier untuk mendapatkan solusi optimum adalah metode simpleks. Metode simpleks merupakan prosedur aljabar yang bersifat iteratif yang bergerak selangkah demi selangkah, dimulai dari suatu titik ekstrim pada daerah fisibel (solusi yang semua kendala terpenuhi / daerah layak) menuju ke titik ekstrim yang optimum (titik tertinggi yang paling menguntungkan dari fungsi tujuan) [1].

Salah satu metode yang digunakan dalam penyelesaian program linier untuk kendala campuran yang bertanda "$\geq$" dan bertanda "$=$" yaitu metode simpleks dua fase atau *simplex two-phase*. Metode simpleks dua fase merupakan salah satu metode dalam program linier yang digunakan untuk melakukan optimasi yang melibatkan banyak batasan atau kendala campuran dan variabel yang terdapat dalam suatu permasalahan. Metode simpleks dua fase memiliki kelebihan, yakni salah satunya dapat memberikan jawaban ada atau tidaknya suatu solusi fisibel (solusi yang semua kendala terpenuhi / daerah layak) [2].

Selain metode dua fase, ada Suatu pendekatan baru untuk menyelesaikan permasalahan program linier yaitu metode *quick* simpleks. Solusi penyelesaian program linier dengan metode *quick* simpleks dilakukan menggunakan matriks untuk mengurangi jumlah iterasi yang diperlukan untuk mencapai solusi yang optimal. Metode ini melibatkan jumlah iterasi yang lebih sedikit untuk mencapai solusi yang optimal. Karena metode *quick* simpleks dapat mengganti lebih dari satu variabel dasar secara bersamaan [3].

Penelitian terdahulu yang berkaitan dengan metode *quick* simpleks yaitu penelitian yang dilakukan oleh Vaidya dan Kasturiwale [4] yang berjudul "*application of quick simplex method (A New Approach) On Two Phase Method*". Penelitian ini membahas mengenai penerapan metode simpleks dua fase dan metode *quick* simpleks dua fase. Pada penelitian ini menunjukkan bahwa iterasi yang diperoleh metode *quick* simpleks lebih sedikit dibandingkan dengan metode dua fase karena metode *quick* simpleks dapat mengganti variabel dasar lebih dari satu secara simultan. Selanjutnya, penelitian N.V Vaidya [5] yang berjudul "*Application of Quick Simplex Method on the Dual Simplex Method (A New Approach)*". Penelitian ini membahas tentang penerapan metode dual simpleks menggunakan metode *quick* simpleks. Metode *quick* simpleks dapat mengganti variabel dasar lebih dari satu secara simultan sehingga melibatkan lebih sedikit iterasi dari pada metode dual simpleks.

Selanjutnya, penelitian yang dilakukan oleh Yuhandi [6] yang berjudul "Penyelesaian Program Linier menggunakan metode simpleks dua fase dan metode *Quick Simplex* Dua Fase". Penelitian tersebut membahas metode dua fase dan *quick* simpleks untuk kasus fungsi tujuan maksimum. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa pada fase I metode dua fase terdapat empat kali iterasi sedangkan metode *quick* simpleks hanya satu kali iterasi.

Berdasarkan penelitian [6] penulis tertarik melakukan penelitian mengenai metode *quick* simpleks dua fase untuk fungsi tujuan minimum. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui solusi optimal dari penyelesaian program linier menggunakan metode *quick* simpleks dan metode dua fase untuk kasus fungsi tujuan minimum.

Metode

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur dengan mengumpulkan data dan informasi berupa materi-materi yang berkaitan dengan penelitian seperti buku, jurnal dan internet. Adapun metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *quick* simpleks dua fase dan metode dua fase.

Metode *quick simplex* ini telah di ilustrasikan dengan memberikan solusi pemecahan masalah program linier dalam metode dua fase sehingga melibatkan lebih sedikit iterasi [7]. Langkah-langkah penyelesaian program linier menggunakan metode *quick* simpleks untuk kasus fungsi tujuan minimum hampir sama dengan kasus fungsi tujuan maksimum, perbedaannya pada Langkah ke-3 yaitu pengambilan *entering variable.* Langkah-langkah penyelesaian program linier menggunakan metode *quick simplex* dua fase untuk kasus fungsi tujuan minimum yaitu:

Fase 1: Menentukan solusi fisibel

Fase ini digunakan untuk menguji apakah persoalan yang dihadapi memiliki penyelesaian fisibel atau tidak. Pada fase ini fungsi tujuan semula diganti dengan *meminimumkan jumlah variabel artifisial.* Jika nilai minimum fungsi tujuan baru ini berharga nol (artinya seluruh variabel *artifisial* berharga nol), maka persoalan memiliki solusi fisibel dan dilanjutkan ke fase 2. Tetapi, jika nilai minimum fungsi tujuan baru ini berharga positif atau tidak sama dengan nol, maka persoalan tidak memiliki solusi fisibel dan tidak bisa dilanjutkan ke fase 2 artinya solusi dikatakan fisibel jika nilai $z_j - c_j \leq 0$. Adapun langkah-langkah penyelesaian menentukan solusi fisibel sebagai berikut:

1. Mengubah model program linier kedalam bentuk standar
2. Membuat tabel awal simpleks
3. Menentukan *entering variable*

   Entering variable ditentukan dengan cara melihat nilai $z_j - c_j$ bernilai positif. Mencari nilai $z_j - c_j$ menggunakan rumus:

   $$z_j - c_j = \sum_{i=1}^{n} C_B P_j - c_j \tag{1}$$

   Keterangan:

   C_B : Koefisien variabel basis fungsi tujuan

   P_j : Koefisien variabel fungsi kendala, $j = 1,2,...,n$

   c_j : Koefisien variabel fungsi tujuan, $j = 1,2,...,n$

4. Menentukan *leaving variable*

   Leaving variable ditentukan dengan cara melihat nilai rasio positif terkecil pada kolom rasio yang dipilih menjadi *leaving variable.*
5. Menentukan nilai R, R adalah determinan dari matriks A. Matriks A diperoleh dengan menggunakan basis dan kolom yang mengandung elemen pivot yang dapat pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Matriks A Metode *Quick Simplex*

x_1	x_2	x_3	NK	s_5	s_6	s_7	s_8
Pivot x_{11}	x_{12}	x_{13}	b_1	1	0	0	0
x_{21}	Pivot x_{22}	x_{23}	b_2	0	1	0	0
x_{31}	x_{32}	Pivot x_{33}	b_3	0	0	1	0
x_{41}	x_{42}	x_{43}	b_4	0	0	0	1

NK: Nilai ruas kanan

Berdasarkan Tabel 1, dapat dibentuk matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & b_1 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & b_2 \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & b_3 \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & b_4 \end{vmatrix}$$

Keterangan:

x_{ij} : Koefisien matriks $(i = 1,2,3,\ldots,n \; , \; j = 1,2,3,\ldots,m)$

b : Kolom vektor untuk nilai ruas kanan

s : Variabel *slack*

Jika x_{11} , x_{22} adalah elemen pivot ketika x_1 dan x_2 adalah vektor yang masuk dalam tabel simpleks awal, sehingga didapatkan rumus R untuk dua variabel sebagai berikut:

$$R = \det \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{vmatrix} \qquad (2)$$

6. Menentukan elemen baru menggunakan metode *quick simplex*
   Elemen baru diperoleh dari rasio dua determinan yang penyebutnya adalah R. Jika terdapat dua variabel mencari nilai elemen dalam tabel simpleks baru menggunakan rumus yang dilihat pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2. Mencari Nilai x_1^{**},x_2^{**}, s_3^{**}dan s_4^{**}

$x_1^{**} = \dfrac{(-1)^1 \begin{vmatrix} x_{12} & x_{13} \\ x_{22} & x_{23} \end{vmatrix}}{R}$	$x_2^{**} = \dfrac{(-1)^2 \begin{vmatrix} x_{11} & x_{13} \\ x_{21} & x_{23} \end{vmatrix}}{R}$
$s_3^{**} = \dfrac{\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix}}{R}$	$s_4^{**} = \dfrac{\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} \end{vmatrix}}{R}$

7. Solusi dikatakan fisibel jika elemen pada $z_j - c_j \le 0$. Jika masih ada yang bernilai positif maka lanjutkan iterasi menggunakan eliminasi Gauss-Jordan, jika sudah bernilai negatif atau nol maka lanjutkan ke fase 2.

Fase 2: Menentukan solusi optimal.

Menggunakan penyelesaian basis optimum dari fase 1 sebagai solusi awal bagi persoalan semula. Dalam hal ini, mengubah bentuk fungsi tujuan fase 1 dengan mengembalikan pada fungsi tujuan persoalan program linier semula. Adapun langkah-langkah mendapatkan solusi optimal fase 2 yaitu:

1. Membuat tabel awal simpleks fase 2
2. Menentukan *entering variable*
   Entering variable ditentukan dengan cara melihat nilai $z_j - c_j$ bernilai positif.
3. Menentukan *leaving variable*
   Leaving variable ditentukan dengan cara melihat nilai rasio positif terkecil pada kolom rasio yang dipilih menjadi *leaving variable.*
4. Menghitung koefisien variabel baris baru
   Melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk mengubah tabel baru.
5. Solusi dikatakan optimal jika elemen pada $z_j - c_j \le 0$ atau sudah tidak ada yang bernilai positif [7].

Hasil dan Diskusi

Penelitian ini menggunakan contoh soal program linier yang akan diselesaikan menggunakan metode *quick* simpleks dua fase dan metode simpleks dua fase. Berikut diberikan model program linier:

Minimum $z = 0{,}4x_1 + 0{,}5x_2$

kendala

$$0{,}3x_1 + 0{,}1x_2 \le 2{,}7$$
$$0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 = 6$$
$$0{,}6x_1 + 0{,}4x_2 \ge 6$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

Selesaikan model program linier di atas menggunakan metode *quick* simpleks dua fase dan metode simpleks dua fase.

Penyelesaian:

Langkah-langkah penyelesaian program linier menggunakan metode *quick* simpleks:

Fase 1 : Menentukan solusi fisibel

Langkah 1 : Mengubah kedalam bentuk standar.

Mengubah model ke dalam bentuk standar dengan menambahkan variabel *slack* untuk yang bertanda "$\le$" yaitu S_1 dan mengurangi variabel *surplus* untuk yang bertanda "$\ge$" serta menambahkan variabel *artificial* "$=$". Diperoleh bentuk standar sebagai berikut:

Min $z = 0{,}4x_1 + 0{,}5x_2 + 0S_1 + MR_2 + 0S_3 + MR_3$

kendala

$$0{,}3x_1 + 0{,}1x_2 + S_1 = 2{,}7$$
$$0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 + R_2 = 6$$
$$0{,}6x_1 + 0{,}4x_2 - S_3 + R_3 = 6$$
$$x_1, x_2, S_1, S_3, R_2, R_3 \ge 0$$

Langkah 2 : Menentukan tabel awal simpleks

Setelah dikonversikan kedalam bentuk standar, selanjutnya akan ditentukan variabel basis dan variabel non basis. Variabel basisnya adalah S_1, R_2 dan R_3. Sedangkan yang menjadi variabel non basisnya adalah x_1, x_2, S_1, S_3, R_2 dan R_3. Setelah ditentukan variabel basis dan variabel non basis, elemen-elemen yang ada pada Persamaan (4) dimasukkan kedalam awal simpleks yang dapat dilihat pada Tabel 3 berikut:

Tabel 3. Solusi Awal Fase Pertama

C_B	V_B	0	0	0	1	0	1	NK	Rasio 1	Rasio 2
		x_1	x_2	S_1	R_2	S_3	R_3			
0	S_1	0,3	0,1	1	0	0	0	2,7	9	27
1	R_2	0,5	0,5	0	1	0	0	6	12	12
1	R_3	0,6	0,4	0	0	-1	1	6	10	15
	$z_j - c_j$	1,1	0,9	0	-1	1	0			

NK: Nilai ruas kanan

Langkah 3 : Menentukan *entering variable* secara simultan.

Entering variable dipilih dari nilai $z_j - c_j$ yang bernilai positif. Berdasarkan Tabel 3, dipilih x_1 dan x_2 sebagai *entering variable*.

Langkah 4 : Menentukan *leaving variable* secara simultan.

Leaving variable ditentukan dengan melihat nilai positif terkecil pada kolom rasio. Berdasarkan Tabel 3, dipilih S_1 dan R_3 sebagai *leaving variable.*

Langkah 5 : Menentukan elemen bintang.

Menentukan nilai R, R adalah determinan matriks dari A. Nilai R diambil dari elemen-elemen yang terdapat pada Tabel 3, dimana kolom x_1, x_2 (*entering variable*) serta baris S_1, R_3 (*leaving variable*), maka menggunakan rumus R untuk dua variabel secara simultan yang ada pada Tabel 2. Sehingga diperoleh nilai R disajikan dalam Tabel 4 berikut:

Tabel 4. Nilai R Metode *Quick* Simpleks Fase

C_B	V_B	0	0	0	1	0	1	NK	Rasio 1	Rasio 2
		x_1	x_2	S_1	R_2	S_3	R_3			
0	S_1	$x_{11}=0{,}3$	$x_{12}=0{,}1$	1	0	0	0	$b_1=2{,}7$	9	27
1	R_2	$x_{21}=0{,}5$	$x_{21}=0{,}5$	0	1	0	0	$b_2=6$	12	12
1	R_3	$x_{31}=0{,}6$	$x_{32}=0{,}4$	0	0	-1	1	$b_3=6$	10	15
	z_j-c_j	1,1	0,9	0	-1	1	0			

NK: Nilai ruas kanan

Berdasarkan Tabel 4, didapatkan matriks A adalah sebagai berikut:

$$A=\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & b_1 \\ x_{21} & x_{22} & b_2 \\ x_{31} & x_{32} & b_3 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 & 2{,}7 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 6 \\ 0{,}6 & 0{,}4 & 6 \end{vmatrix}$$

Karena *leaving variable* dan *entering variable* ada dua, maka elemen-elemen yang tidak ada diantara *leaving variable* dan *entering variable* tidak dimasukkan dalam R. Sesuai dengan urutan *leaving variable* yang pertama keluar. Maka didapat nilai R yaitu:

$$R=\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{31} & x_{32} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 \\ 0{,}6 & 0{,}4 \end{vmatrix}=0{,}06.$$

Langkah 6 : Menentukan nilai elemen untuk tabel simpleks baru

Karena *leaving variable* dan *entering variable* ada dua, maka menggunakan rumus untuk dua variabel secara simultan seperti yang ada pada Tabel 2 sehingga diperoleh tabel simpleks baru yang disajikan dalam Tabel 5 berikut:

Tabel 5. Nilai Elemen Baru Metode *Quick* Simpleks Dua Fase

C_B	V_B	0	0	0	-1	0	-1	NK
		x_1	x_2	S_1	R_2	S_3	R_3	
0	x_1	1	0	$=\frac{(-1)^1\begin{vmatrix}x_{12}&1\\x_{22}&0\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{(-1)^1\begin{vmatrix}0,1&1\\0,4&0\end{vmatrix}}{0,06}$ $=6,67$	$=\frac{(-1)^1\begin{vmatrix}x_{12}&0\\x_{22}&0\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{(-1)^1\begin{vmatrix}0,1&0\\0,4&0\end{vmatrix}}{0,06}$ $=0$	$=\frac{(-1)^1\begin{vmatrix}x_{12}&0\\x_{22}&-1\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{(-1)^1\begin{vmatrix}0,1&0\\0,4&-1\end{vmatrix}}{0,06}$ $=1,67$	$=\frac{(-1)^1\begin{vmatrix}x_{12}&0\\x_{22}&1\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{(-1)^1\begin{vmatrix}0,1&0\\0,4&1\end{vmatrix}}{0,06}$ $=-1,67$	$=\frac{(-1)^1\begin{vmatrix}x_{12}&b_1\\x_{22}&b_3\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{(-1)^1\begin{vmatrix}0,1&2,7\\0,4&6\end{vmatrix}}{0,06}$ $=8$
0	S_3	0	0	$=\frac{\begin{vmatrix}x_{11}&x_{12}&1\\x_{31}&x_{32}&0\\x_{21}&x_{22}&0\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{\begin{vmatrix}0,3&0,1&1\\0,6&0,4&0\\0,5&0,4&0\end{vmatrix}}{0,06}$ $=1,67$	$=\frac{\begin{vmatrix}x_{11}&x_{12}&0\\x_{31}&x_{32}&0\\x_{21}&x_{22}&1\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{\begin{vmatrix}0,3&0,1&0\\0,6&0,4&0\\0,5&0,4&1\end{vmatrix}}{0,06}$ $=0$	$=\frac{\begin{vmatrix}x_{11}&x_{12}&0\\x_{31}&x_{32}&-1\\x_{21}&x_{22}&0\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{\begin{vmatrix}0,3&0,1&0\\0,6&0,4&-1\\0,5&0,4&0\end{vmatrix}}{0,06}$ $=1,67$	$=\frac{\begin{vmatrix}x_{11}&x_{12}&0\\x_{31}&x_{32}&1\\x_{21}&x_{22}&0\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{\begin{vmatrix}0,3&0,1&0\\0,6&0,4&1\\0,5&0,4&0\end{vmatrix}}{0,06}$ $=-1,67$	$=\frac{\begin{vmatrix}x_{11}&x_{12}&b_1\\x_{31}&x_{32}&b_3\\x_{21}&x_{22}&b_2\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{\begin{vmatrix}0,3&0,1&2,7\\0,6&0,4&6\\0,5&0,4&6\end{vmatrix}}{0,06}$ $=0,5$
0	x_2	0	1	$=\frac{(-1)^2\begin{vmatrix}x_{11}&1\\x_{21}&0\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{(-1)^2\begin{vmatrix}0,3&1\\0,6&0\end{vmatrix}}{0,06}$ $=-10$	$=\frac{(-1)^2\begin{vmatrix}x_{11}&0\\x_{21}&0\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{(-1)^2\begin{vmatrix}0,3&0\\0,6&0\end{vmatrix}}{0,06}$ $=0$	$=\frac{(-1)^2\begin{vmatrix}x_{11}&0\\x_{21}&-1\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{(-1)^2\begin{vmatrix}0,3&0\\0,6&-1\end{vmatrix}}{0,06}$ $=-5$	$=\frac{(-1)^2\begin{vmatrix}x_{11}&0\\x_{21}&1\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{(-1)^2\begin{vmatrix}0,3&0\\0,6&1\end{vmatrix}}{0,06}$ $=5$	$=\frac{(-1)^2\begin{vmatrix}x_{11}&b_1\\x_{21}&b_3\end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{(-1)^2\begin{vmatrix}0,3&2,7\\0,6&6\end{vmatrix}}{0,06}$ $=3$
	z_j-c_j	0	0	$1,67$	$-1,67$	0	$-2,67$	

NK : Nilai Ruas Kanan

Karena $z_j - c_j$ pada kolom S_1 masih bernilai positif yaitu $1{,}67 \geq 0$, maka solusi belum fisibel, lanjutkan iterasi menggunakan eliminasi Gauss-Jordan yang dapat dilihat pada Tabel 6 berikut:

Tabel 6. Iterasi 1 Metode *Quick* Simpleks Fase 1

C_B	V_B	0 x_1	0 x_2	0 S_1	1 R_2	0 S_3	1 R_3	NK	Rasio 1
0	x_1	1	0	6,67	0	1,67	$-1{,}67$	8	1,2
1	R_2	0	0	1,67	1	1,67	$-1{,}67$	0,5	0,3
0	x_2	0	1	-10	0	-5	5	3	$-0{,}3$
	$z_j - c_j$	0	0	1,67	0	$-1{,}67$	$-2{,}67$		

NK: Nilai ruas kanan

Langkah 3 : Menentukan *entering variable* secara simultan.

Entering variable dipilih dari nilai $z_j - c_j$ yang bernilai positif. Berdasarkan Tabel 6, dipilih S_1 sebagai *entering variable*.

Langkah 4 : Menentukan *leaving variable* secara simultan.

Leaving variable ditentukan dengan melihat nilai positif terkecil pada kolom rasio.

Langkah 5 : Menghitung koefisien variabel baris baru

Melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk mengubah tabel baru yang dapat dilihat pada Tabel 7 berikut:

Tabel 7. Iterasi 2 Metode *Quick* Simpleks Fase 1

C_B	V_B	0 x_1	0 x_2	0 S_1	1 R_2	0 S_3	1 R_3	NK
0	x_1	1	0	0	-4	-5	5	6
0	S_1	0	0	1	0,6	1	-1	0,3
0	x_2	0	1	0	6	5	-5	6
	$z_j - c_j$	0	0	0	-1	0	-1	

NK: Nilai ruas kanan

Berdasarkan Tabel 7, nilai $z_j - c_j \leq 0$, maka solusi sudah fisibel, sehingga proses iterasi dilanjutkan ke Fase 2.

Fase 2 : Menentukan solusi optimal.

Berdasarkan Persamaan (3) fungsi tujuan awal, koefisien fungsi tujuan awal dimasukkan kedalam Tabel 8 berikut:

Tabel 8. Solusi Awal Metode *Quick* Simpleks Fase 2

C_B	V_B	0 x_1	0 x_2	0 S_1	0 S_3	*NK*	*Rasio*
0,4	x_1	1	0	0	-5	6	-1,2
0	S_1	0	0	1	1	0,3	0,3
0,5	x_2	0	1	0	5	6	1,2
	$z_j - c_j$	0,4	0,5	0	0,5		

NK: Nilai ruas kanan

Langkah 3 : Menentukan *entering variable*.
Entering variable dipilih dari nilai $z_j - c_j$, yang bernilai positif. Karena pada baris $z_j - c_j$ yg bernilai positif ada dua yaitu x_2 dan S_3 maka pilih salah satu yaitu dipilih S_3 sebagai *entering variable*.
Langkah 4 : Menentukan *leaving variable*
Leaving variable ditentukan dengan melihat nilai positif terkecil pada kolom rasio. Berdasarkan Tabel 8, dipilih S_1 sebagai *leaving variable*.
Langkah 5 : Menghitung koefisien variabel baris baru
Melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk mengubah tabel baru yang dapat dilihat pada Tabel 9.
Iterasi 1:

Tabel 9. Iterasi 1 Metode *Quick* Simpleks Fase 2

C_B	V_B	0	0	0	0	*NK*
		x_1	x_2	S_1	S_3	
0,4	x_1	1	0	5	0	7,5
0	S_3	0	0	1	1	0,3
0,5	x_2	0	1	-5	0	4,5
	$z_j - c_j$	0,4	0,5	0,5	0	

NK: Nilai ruas kanan

Berdasarkan Tabel 9, nilai $z_j - c_j$ masih ada yang bernilai positif maka iterasi tetap dilanjutkan. Karena *entering variable* dan *leaving variable* sama dengan iterasi 1 atau berulang, maka solusi dianggap sudah optimal, sehingga diperoleh hasil optimal yaitu $x_1 = 7{,}5$, $x_2 = 4{,}5$, $S_1 = 0$ dan $S_3 = 0{,}3$ dengan $z = 5{,}25$. Berikut ringkasan hasil metode dua fase dan metode *quick* simpleks dua fase yang disajikan pada Tabel 10:

Tabel 10. Hasil Ringkasan Kedua Metode

Metode	Jumlah Iterasi	
	Fase 1	Fase 2
Metode Dua Fase	4	2
Metode Quick Simpleks Dua Fase	3	1

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian, maka dapat disimpulkan bahwa pengambilan *entering variable* dan *leaving variable* untuk metode *quick* simpleks dua fase dapat diambil dua elemen sekaligus sehingga menghasilkan iterasi yang lebih sedikit dibandingkan dengan metode dua fase biasa. Untuk langkah-langkah penyelesaian program linier dengan kasus fungsi tujuan minimum sama dengan kasus fungsi tujuan maksimum, yang menjadi perbedaan hanya pengambilan *entering variable* yaitu yang bernilai positif pada baris z_j-c_j. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh metode *quick* simpleks dua fase menghasilkan nilai yang sama dengan metode dua fase yaitu $x_1 = 7{,}5$, $x_2 = 4{,}5$, $S_1 = 0$ dan $S_3 = 0{,}3$ dengan $z = 5{,}25$.

Referensi

[1] Dimyati, Tjutju dan Dimyati Ahmad."*Operation Research*, Model-Model Pengambilan Keputusan". Penerbit Sinar Baru Algensindo, Bandung. 2009

[2] Adinegoro, P., Putri, R. R. M., & Ratnawati, D. E. "Optimasi Biaya Pemenuhan Asupan Gizi pada Makanan Bagi Anak-Anak Menggunakan Metode Simpleks Dua Fase". *Jurnal Pengembangan Teknologi Informasi Dan Ilmu Komputer (J-PTIIK) Universitas Brawijaya*, *1*(10), 1110–1119, 2017

[3] Vaidya NV, dan Kasturiwale NN. "Quick Simplex Algorithm for Optimal Solution to the Linear Programming Problem along with Theoretical Proof of Formulae". *Int. J Latest Trend Math, (IJLTM).* (E-ISSN-2049- 2561). 4(2):183-200, 2014

[4] Vaidya NV, dan Kasturiwale NN. "Application of Quick Simplex Method (A New Approach) on Two-Phase Method". *British Journal of Mathematics & Computer Science*. *Science domain International*. 16 (1) : 1 – 15 : Article no. BJMCS . 24440 ISSN: 2231-0851, 2016

[5] Vaidya NV. "Application of quick simplex method on the dual simplex method (A New Approach)''. *British Journal of Mathematics & Computer Science*. *Science domain International*. 24 (5) : 1 – 19 : Article no. JAMCS . 36357 ISSN: 2231-0851. 2017

[6] Yuhandi. "Penyelesaian Program Linier menggunakan Metode Simpleks Dua Fase dan Metode *Quick* Simpleks Dua Fase". *Skripsi*. Fakultas Sains dan Teknologi. UIN Suska Riau. 2021

[7] Vaidya NV, dan Kasturiwale NN. "Optimum Solution to the Simplex Method – An Alternative Approach". *International Journal of Latest Trends in Mathematics (IJLTCM). E-ISSN: 2049 – 2561.* 2012