

Optimasi Biaya Pemupukan Tanaman Padi pada Kelompok Tani Rambahan Sakato, Desa Nyiur Melambai Pelangai menggunakan Metode *Kuhn Tucker*

Elfira Safitri^{a)}, Sri Basriati^{b)}, Mohammad Soleh^{c)} dan Rahmi Yulanda^{d)}

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau

^{a)}email: elfira.safitri@uin-suska.ac.id

^{b)}email: sribasriati@uin-suska.ac.id

^{c)}email: msoleh@uin-suska.ac.id

^{d)}email: rahmiyulanda@gmail.com

Abstrak

Kelompok Tani Rambahan Sakato, Desa Nyiur Melambai Pelangai, Sumatera Barat merupakan salah satu kelompok tani yang memproduksi berbagai jenis pangan, salah satunya tanaman padi. Salah satu faktor penunjang tanaman untuk tumbuh secara optimal adalah ketersediaan unsur hara dalam jumlah yang cukup didalam tanah. Terdapat empat jenis pupuk yang digunakan dalam pemupukan tanaman padi, yaitu pupuk SP-36, pupuk Urea, pupuk Phonska dan pupuk KCL. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan solusi optimal dalam menentukan jumlah pupuk pada tanaman padi dengan biaya minimum menggunakan metode *Kuhn Tucker*. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *Kuhn Tucker*. Solusi metode Kuhn Tucker sama seperti metode Lagrange, yaitu menghitung nilai (x, λ, S) dan menghitung nilai dari $f(x)$. Proses menemukan nilai (x, λ, S) menggunakan perkalian matrix. Berdasarkan hasil penelitian, ditemukan bahwa Kelompok Tani Rambahan Sakato harus menyediakan 1 karung pupuk SP-36, 3 karung pupuk urea, 16 karung pupuk Phonska dan tidak perlu menyediakan pupuk KCL dengan biaya minimum Rp. 2,710,000.

Kata kunci: Metode lagrange, metode Kuhn Tucker, perkalian matrix

Abstract

The Rambahan Sakato Farmer Group, Nyiur Melambai Pelangai Village, West Sumatra is a farmer groups that produces various types of food, one of which is rice plants. One of the factors that support plants to grow optimally is the availability of nutrients in sufficient quantities in the soil. There are four types of fertilizers used in the fertilization of rice plants, namely SP-36 fertilizer, Urea fertilizer, Phonska fertilizer and KCL fertilizer. This study aims to optimal solution in determining in amount of fertilizer in rice plants with the minimum cost using the Kuhn Tucker Method. The method used in this research is the Kuhn Tucker method. The solution to the Kuhn-Tucker method is the same as the Lagrange method, namely calculating the value (x, λ, S) and calculating the value of $f(x)$. The process of finding values (x, λ, S) uses matrix multiplication. Based on the research results, it was found that the Rambahan Sakato farmer group needed to provide 1 sack of SP-36 fertilizer, 3 sacks of urea fertilizer, 16 sacks of Phonska fertilizer and did not need to provide KCL fertilizer at a minimum cost of Rp. 2,710,000.

Keywords: Lagrange method, Kuhn Tucker method, matrix multiplication

Pendahuluan

Pembangunan sektor pertanian khususnya subsektor tanaman pangan memiliki peran sangat penting dan strategis, hal ini dikarenakan subsektor tanaman pangan memiliki peranan penting dalam menunjang kehidupan sebagian besar penduduk Indonesia [1]. Salah satu sumber pangan yang dikonsumsi masyarakat saat ini adalah beras. Sehingga peningkatan produksi beras menjadi prioritas utama dalam mengatasi kekurangan bahan pangan. Salah satu usaha untuk mengatasi kekurangan bahan pangan adalah dengan membentuk kelompok tani.

Pembentukan kelompok tani dapat dilakukan dalam usaha meningkatkan pembangunan pertanian. Salah satunya adalah Kelompok Tani Rambahan Sakato yang merupakan sebuah kelompok tani yang berada di Dusun Rambahan, Kecamatan Ranah Pesisir, Kabupaten Pesisir Selatan, Sumatera Barat yang bergerak di bidang pangan. Salah satu jenis tanaman pangan yang ditanam adalah tanaman padi.

Salah satu faktor yang menunjang tanaman untuk tumbuh dan berproduksi secara optimal adalah ketersediaan unsur hara dalam jumlah yang cukup didalam tanah. Pemberian pupuk dilakukan apabila tanah tidak memberikan unsur hara yang cukup untuk tanaman. Pemberian pupuk yang tidak tepat pada tanaman padi menyebabkan produksi hasil panen tidak optimal serta dapat menyebabkan pemborosan biaya. Agar mendapatkan biaya minimum dalam pemupukan tanaman padi namun tetap mencukupi kebutuhan unsur hara yang dibutuhkan tanaman, maka perlu dilakukan optimasi [2].

Optimasi merupakan salah satu ilmu yang digunakan untuk mencari nilai maksimum atau minimum dari berbagai permasalahan [3],[4]. Optimasi digunakan diberbagai bidang dengan tujuan agar dapat mencapai hasil yang diinginkan. Salah satu metode yang dapat digunakan dalam masalah ini adalah metode *Kuhn Tucker* [5].

Metode *Kuhn Tucker* digunakan untuk mencari nilai optimum dari fungsi dengan kendala dengan bentuk pertidaksamaan, metode *Kuhn Tucker* memperluas metode *lagrange* untuk masalah optimasi yang memiliki kendala pertidaksamaan [5],[6] mengatakan bahwa hanya permasalahan optimasi dengan kendala persamaan yang dapat diselesaikan dengan metode *lagrange*, namun jika diberikan syarat *Karush-Kuhn-Tucker* maka permasalahan optimasi pemograman linier dengan kendala pertidaksamaan juga dapat diselesaikan dengan metode *lagrange*. Teknik optimasi dapat digunakan dalam pencarian titik optimum dari suatu fungsi yang berkendala tanpa memandang linier atau nonlinier.

Beberapa penelitian terdahulu yang diselesaikan dengan menggunakan metode *Kuhn Tucker* diantaranya penelitian [5] dengan judul "Optimalisasi Hasil Produksi Menggunakan Metode *Kuhn-Tucker* (Studi Kasus: Toko Baju Mitra Pekanbaru)", selanjutnya penelitian [7] yang berjudul "Penyusunan Anggaran Penjualan, Optimasi Keuntungan Menggunakan Metode *Kuhn-Tucker* Pada Industri Olahan Daging Ayam Beku "Theendeus". Kemudian penelitian [8] dengan judul "Optimalisasi Penjualan Kain Endek Dengan Metode *Karush-Kuhn-Tucker (KKT)*" dan penelitian [9] yang berjudul "Solusi Pemrograman Nonlinier Desain Kamar Kost Dengan Menggunakan Syarat *Karush-Kuhn-Tucker (KKT)*".

Berdasarkan penelitian di atas penulis tertarik mengulas kembali penelitian tentang metode *Kuhn-Tucker* untuk kasus minimasi. Adapun tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah untuk mengetahui bentuk penyelesaian optimasi dalam menentukan jumlah setiap jenis pupuk yang harus disediakan pada tanaman padi agar mendapatkan biaya minimum menggunakan metode *Kuhn Tucker*.

Metode

Pemrograman Nonlinier dengan Kendala Linier

Pemrograman nonlinear dengan kendala linear merupakan optimasi dengan kendala berbentuk fungsi linear dan fungsi tujuan berupa fungsi nonlinear [5]. Bentuk umum pemrograman nonlinear dengan kendala linier adalah sebagai berikut:

Max/min

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

Kendala

$$g_i(x) \leq / = / \geq 0 \text{ untuk } m = 1, 2, \dots, n \\ x \geq 0$$

Kendala dengan bentuk persamaan akan lebih mudah diselesaikan daripada kendala dengan bentuk pertidaksamaan, sehingga perlu diubah kedalam bentuk persamaan atau bentuk standar. Kendala pertidaksamaan kurang dari atau sama dengan (\leq) dapat diubah ke dalam bentuk persamaan dengan menambahkan variabel *slack* seperti berikut:

$$g_i(x) \leq b_i$$

Kemudian ditambahkan variabel *slack* sehingga didapatkan bentuk persamaan:

$$g_i(x) + S_i = b_i \quad (2)$$

Kemudian untuk bentuk kendala pertidaksamaan lebih dari atau sama dengan (\geq) dapat diubah ke dalam bentuk persamaan dengan mengurangi variabel *slack* seperti berikut:

$$g_i(x) \geq b_i$$

Kemudian dikurangkan variabel *slack* sehingga didapatkan bentuk persamaan :

$$g_i(x) - S_i = b_i \quad (3)$$

S_i merupakan variabel *slack* dengan $S_i \geq 0$ untuk menjamin bahwa ketidaksamaan terpenuhi [3].

Metode Lagrange

Metode pengali *lagrange* digunakan untuk mencari penyelesaian dari permasalahan optimasi dengan kendala persamaan. Metode ini dipakai untuk menentukan solusi dari permasalahan titik ekstrim variabel-variabel dan fungsi yang memenuhi semua kendala [5]. Persamaan *lagrange* dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) \quad (4)$$

dengan

L : Persamaan *lagrange* yang mendukung metode *Kuhn Tucker*

$f(x)$: Fungsi tujuan dalam penyusunan persamaan *lagrange*

x : Variabel keputusan

λ_i : Pengali *lagrange*

g_i : Fungsi kendala

Misalnya terdapat permasalahan optimasi dengan satu kendala, maka bentuk fungsi *lagrange* dapat ditulis, sebagai berikut:

$$L(x, \lambda) = f(x) + \lambda(g(x) - b) \quad (5)$$

Berdasarkan Persamaan (3), maka diperoleh syarat perlu untuk fungsi *lagrange* di atas adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, n$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

Berdasarkan persamaan tersebut maka akan didapat nilai (x, λ) untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Menentukan nilai optimum suatu fungsi matematika multivariabel dalam teori optimasi dengan kendala berupa suatu persamaan dapat menggunakan metode pengali *lagrange*. Sedangkan menentukan nilai optimum suatu fungsi matematika multivariabel dengan kendala berupa suatu pertidaksamaan dapat menggunakan metode *Kuhn Tucker*[5].

Metode Kuhn Tucker

Metode *Kuhn Tucker* digunakan untuk mencari nilai optimum dari fungsi dengan kendala dengan bentuk pertidaksamaan, metode *Kuhn Tucker* memperluas metode *lagrange* untuk masalah optimasi yang memiliki kendala pertidaksamaan [5]. Hanya permasalahan optimasi dengan kendala persamaan yang dapat diselesaikan dengan metode *lagrange*, namun jika diberikan syarat *Karush Kuhn Tucker* maka permasalahan optimasi pemrograman linier dengan kendala pertidaksamaan juga dapat diselesaikan dengan metode *lagrange* [6].

Menurut [10], kendala dengan bentuk pertidaksamaan lebih dari atau sama dengan (\geq) dapat ditransformasikan dengan mengurangkan variabel *slack non negatif* seperti berikut :

$$g_i(x) - S_i^2 = 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

Variabel *slack* belum diketahui sehingga permasalahan optimasi tersebut menjadi :

Min:

$$z = f(x) \quad (7)$$

kendala

$$g_i(x) - S_i^2 = 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m$$

Berdasarkan Persamaan (5) untuk menyelesaikan permasalahan di atas digunakan metode pengali *lagrange* dengan bentuk persamaan *lagrange* sebagai berikut:

$$L(x, \lambda, S) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i (g_i(x) - b - S_i^2) \quad (8)$$

Syarat perlu untuk penyelesaian optimum Persamaan (8) diperoleh dari penyelesaian sistem persamaan di bawah ini:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_i} = 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m$$

Berdasarkan Persamaan (9), maka akan diperoleh nilai (x, λ, S) yang merupakan penyelesaian optimum untuk permasalahan optimasi tersebut.

Syarat perlu dan syarat cukup *Kuhn-Tucker* dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\text{Max/Min} \quad z = f(x) \quad (10)$$

kendala

$$g_i(x) \leq 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m$$

$$g_i(x) \geq 0 \text{ untuk } i = m + 1, \dots, n$$

$$g_i(x) = 0 \text{ untuk } i = n + 1, \dots, p$$

Persamaan *lagrange* yang bersangkutan adalah

$$L(x, \lambda, S) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i [g_i(x) + S_i^2] + \sum_{i=m+1}^n \lambda_i [g_i(x) - S_i^2] + \sum_{i=n+1}^p \lambda_i g_i(x)$$

Dimana λ_i adalah pengali *lagrange* yang terkait dengan kendala j . Syarat untuk menentukan kecukupan syarat *Kuhn-Tucker* dirangkum dalam Tabel 1 berikut ini:

Tabel 1. Syarat Cukup Metode *Kuhn-Tucker* [11]

Jenis Optimasi	Syarat yang diperlukan		
	$f(x)$	$g(x)$	λ_i
Maksimasi	Konkaf	Konveks	$\geq 0 (i = 1, 2, \dots, m)$
		Konkaf	$\leq 0 (i = m + 1, \dots, n)$
		Linear	Tidak dibatasi ($i = n + 1, \dots, p$)
Minimasi	Konveks	Konveks	$\geq 0 (i = 1, 2, \dots, m)$
		Konkaf	$\leq 0 (i = m + 1, \dots, n)$
		Linear	Tidak dibatasi ($i = n + 1, \dots, p$)

Berdasarkan Tabel 1 didapatkan jika $g_i(x)$ konveks, maka $\lambda_i g_i(x)$ konveks dengan syarat $\lambda_i \geq 0$, jika $\lambda_i g_i(x)$ konkaf maka $\lambda_i \leq 0$ dan $\lambda_i g_i(x)$ linear maka λ tidak dibatasi dalam tanda ($\lambda_i \geq 0$ dan $\lambda_i \leq 0$) [5].

Syarat perlu metode *Kuhn-Tucker* untuk masalah minimasi berdasarkan Persamaan (7) dapat dirangkum sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial L}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0; i = 1, 2, \dots, m$$

$$\lambda_i g_i = 0; i = 1, 2, \dots, m$$

$$g_i(x) \geq 0; i = 1, 2, \dots, m$$

λ_i tidak dibatasi dalam tanda; $i = 1, 2, \dots, m$.

Langkah-langkah untuk menggunakan metode *Kuhn-Tucker* dalam permasalahan optimasi dengan kendala pertidaksamaan sama halnya dengan penyelesaian permasalahan optimasi menggunakan metode *lagrange* dengan kendala persamaan. Langkah-langkah yang digunakan adalah sebagai berikut:

- Mengubah bentuk pertidaksamaan menjadi bentuk persamaan dengan mengurangi variabel *slack*.
- Membentuk persamaan *lagrange* dari permasalahan optimasi, lalu menghitung titik-titik kritisnya. Persamaan *lagrange* yang dibentuk didefinisikan dengan:

$$L(x, \lambda, S) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i [g_i(x) + S_i^2] + \sum_{i=m+1}^n \lambda_i [g_i(x) - S_i^2] + \sum_{i=n+1}^p \lambda_i g_i(x)$$

- Mencari nilai (x, λ, S) dalam himpunan persamaan berikut:
- Menghitung nilai optimum dengan mensubstitusikan nilai (x, λ, S) kedalam persamaan *lagrange* yang merupakan solusi optimal dari permasalahan optimasi [7].

Langkah penggunaan metode *Kuhn Tucker* untuk kasus minimasi hampir sama dengan kasus maksimasi, hanya saja berbeda dalam mentranspormasikan fungsi kendala dengan mengurangi variabel *slack*.

Hasil dan Diskusi

Kelompok Tani Rambahan Sakato, Desa Nyiur Melambai Pelangai, Sumatera Barat memproduksi padi yang ditanam pada lahan seluas satu hektar. Jenis pupuk yang digunakan dalam pemupukan tanaman padi terdiri dari empat macam jenis pupuk yaitu pupuk SP-36, pupuk Urea, pupuk Phonska dan Pupuk KCL. Setiap jenis pupuk memiliki kadar kandungan unsur hara yang berbeda.

Data Jenis Pupuk Tanaman Padi

Penelitian ini menggunakan 4 unsur utama yang dibutuhkan tanaman padi yaitu nitrogen, fosfat, kalium dan sulfur. Penanaman padi dalam satu periode masa tanam memerlukan kandungan nitrogen paling sedikit 378%, fosfat paling sedikit 276%, kalium paling sedikit 240% dan sulfur paling sedikit 165%. Isi kandungan dari empat jenis pupuk tersebut akan dijelaskan di dalam tabel berikut :

Tabel 2. Jenis Pupuk Tanaman Padi yang Digunakan

Jenis Pupuk	Kandungan Unsur Hara (Per Karung)			
	Nitrogen	Fosfat	Kalium	Sulfur
Pupuk SP-36	0%	36%	0%	5%
Pupuk Urea	46%	0%	0%	0%
Pupuk Phonska	15%	15%	15%	10%
Pupuk KCL	0%	0%	60%	0%
Kebutuhan Minimum	378%	276%	240%	165%

Sumber : Kelompok Tani Rambahan Sakato

Harga setiap jenis pupuk berbeda-beda. Harga satu karung pupuk jenis SP-36 Rp. 125.000, harga satu karung pupuk jenis Urea Rp. 115.000, harga satu karung pupuk jenis Phonska Rp. 140.000 dan harga satu jenis pupuk jenis KCL Rp. 400.000. Berikut tabel harga setiap jenis pupuk yang digunakan dalam pemupukan tanaman padi.

Tabel 3. Harga Setiap Jenis Pupuk yang Digunakan

Jenis Pupuk	Harga Pupuk
Pupuk SP-36	Rp 125.000
Pupuk Urea	Rp 115.000
Pupuk Phonska	Rp 140.000
Pupuk KCL	Rp 400.000

Sumber : Kelompok Tani Rambahan Sakato

Penyelesaian Optimasi menggunakan Metode *Kuhn Tucker*

1. Pembentukan Variabel Keputusan

Dalam penelitian ini, variabel keputusan dibentuk berdasarkan jenis-jenis pupuk yang digunakan pada penanaman padi di Kelompok Tani Rambahan Sakato, Desa Nyiur Melambai Pelangai, Sumatera Barat. Jenis pupuk yang digunakan terdiri dari empat jenis sehingga jumlah variabel keputusan yang digunakan terdiri dari empat variabel. Empat variabel keputusan tersebut yaitu:

- x_1 : Jumlah pupuk SP-36 yang harus disediakan.
- x_2 : Jumlah pupuk urea yang harus disediakan.
- x_3 : Jumlah pupuk phonska yang harus disediakan.
- x_4 : Jumlah KCL yang harus disediakan.

2. Pembentukan Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan merupakan fungsi yang menjadi tujuan dari permasalahan optimasi. Dalam penelitian ini, kasus yang akan diselesaikan adalah mencari biaya minimum dari jumlah pemupukan setiap jenis pupuk yang digunakan pada tanaman padi. Sehingga fungsi tujuan didapatkan dari harga setiap jenis pupuk. Berdasarkan Tabel 3 didapatkan model fungsi tujuan sebagai berikut:

Min

$$z = 125.00x_1 + 115.000x_2 + 140.000x_3 + 400.000x_3 \quad (11)$$

3. Pembentukan Fungsi Kendala

Fungsi kendala merupakan fungsi yang menjadi batasan dalam mencapai tujuan. Dalam penelitian ini, fungsi kendala didapatkan dari jumlah kandungan unsur hara dalam setiap jenis pupuk dan jumlah minimum unsur hara yang dibutuhkan tanaman padi. Berdasarkan Tabel 2 maka didapatkan 4 bentuk fungsi kendala sebagai berikut:

$$46x_2 + 15x_3 \geq 378 \quad (12)$$

$$36x_1 + 15x_3 \geq 276$$

$$15x_3 + 60x_4 \geq 240$$

$$5x_1 + 10x_3 \geq 165$$

4. Pengolahan Data menggunakan Metode *Kuhn Tucker*

Langkah-langkah pengolahan data menggunakan metode *Kuhn Tucker* adalah sebagai berikut:

a. Menyusun model pemograman linier

Berdasarkan Persamaan (11) dan (12), maka dapat dibentuk model pemograman linear sebagai berikut:

Min

$$z = 125.00x_1 + 115.000x_2 + 140.000x_3 + 400.000x_4 \quad (13)$$

kendala

$$46x_2 + 15x_3 \geq 378$$

$$36x_1 + 15x_3 \geq 276$$

$$15x_3 + 60x_4 \geq 240$$

$$5x_1 + 10x_3 \geq 165$$

b. Mengubah model pemograman linier kedalam bentuk permasalahan *Kuhn Tucker*

Langkah selanjutnya adalah mengubah permasalahan optimasi yang telah didapatkan ke dalam bentuk permasalahan *Kuhn Tucker* seperti pada Persamaan (6) dengan cara mengurangi variabel *slack non negatif* pada fungsi kendala. Berdasarkan Persamaan (13) diperoleh bentuk permasalahan *Kuhn Tucker* sebagai berikut:

Min

$$z = 125.00x_1 + 115.000x_2 + 140.000x_3 + 400.000x_4 \quad (14)$$

kendala

$$46x_2 + 15x_3 - S_1^2 = 378$$

$$36x_1 + 15x_3 - S_2^2 = 276$$

$$15x_3 + 60x_4 - S_3^2 = 240$$

$$5x_1 + 10x_3 - S_4^2 = 165$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2, S_3, S_4 \geq 0$$

c. Membentuk fungsi *lagrange*

langkah selanjutnya adalah mengubah permasalahan pada Persamaan (14) menjadi bentuk fungsi *lagrange*. Berdasarkan Persamaan (8) diperoleh bentuk persamaan *lagrange* sebagai berikut :

$$L(x, \lambda, S) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i (g_i(x) - b - S_i^2)$$

$$L(x_1, x_2, x_3, x_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, S_1, S_2, S_3, S_4) = 125.000x_1 + 115.000x_2 + 140.000x_3 + \quad (15)$$

$$400.000x_4 + \lambda_1(46x_2 + 15x_3 - S_1^2 - 378) + \lambda_2(36x_1 + 15x_3 - S_2^2 - 276) + \lambda_3(15x_3 + 60x_4 - S_3^2 - 240) +$$

$$\lambda_4(5x_1 + 10x_3 - S_4^2 - 165)$$

Persamaan *lagrange* pada Persamaan (15) akan menjadi fungsi tujuan dalam mencapai biaya minimum pemupukan tanaman padi pada Kelompok Tani Rambahan Sakato, Desa Nyiur Melambai Pelangai, Sumatera Barat.

d. Mencari nilai x , λ , dan S

Langkah selanjutnya adalah mengubah Persamaan (15) menjadi bentuk syarat perlu persamaan *lagrange* dengan cara mencari turunan pertama dari masing-masing variabel x , λ , dan S seperti pada Persamaan (9) dengan bentuk umum sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i}(x, \lambda, S) = 0 \text{ dimana } i = 1, 2, \dots, m$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i}(x, \lambda, S) = 0 \text{ dimana } i = 1, 2, \dots, m$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_i}(x, \lambda, S) = 0 \text{ dimana } i = 1, 2, \dots, m$$

Berdasarkan Persamaan (15) diperoleh persamaan-persamaan baru sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 125.000 + 36\lambda_2 + 5\lambda_4 = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 115.000 + 46\lambda_1 = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_3} = 140.000 + 15\lambda_1 + 15\lambda_2 + 15\lambda_3 + 10\lambda_4 = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_4} = 400.000 + 60\lambda_3 = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = 46x_2 + 15x_3 - S_1^2 - 378 = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = 36x_1 + 15x_3 - S_2^2 - 276 = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = 15x_3 + 60x_4 - S_3^2 - 240 = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_4} = 5x_1 + 10x_3 - S_4^2 - 165 = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_1} = -2\lambda_1 S_1 = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_2} = -2\lambda_2 S_2 = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_3} = -2\lambda_3 S_3 = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_4} = -2\lambda_4 S_4 = 0 \quad (27)$$

Langkah selanjutnya adalah menentukan nilai S . Berdasarkan Persamaan (24) sampai Persamaan (27), maka didapatkan nilai S sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial S_1} = -2\lambda_1 S_1 = 0 \rightarrow S_1 = \frac{0}{-2\lambda_1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_2} = -2\lambda_2 S_2 = 0 \rightarrow S_2 = \frac{0}{-2\lambda_2} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_3} = -2\lambda_3 S_3 = 0 \rightarrow S_3 = \frac{0}{-2\lambda_3} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_4} = -2\lambda_4 S_4 = 0 \rightarrow S_4 = \frac{0}{-2\lambda_4} = 0$$

Kemudian mensubstitusikan nilai S_1, S_2, S_3 dan S_4 ke Persamaan (16) sampai Persamaan (23), sehingga diperoleh persamaan-persamaan sebagai berikut :

$$125.000 + 36\lambda_2 + 5\lambda_4 = 0 \quad (28)$$

$$115.000 + 46\lambda_1 = 0 \quad (29)$$

$$140.000 + 15\lambda_1 + 15\lambda_2 + 15\lambda_3 + 10\lambda_4 = 0 \quad (30)$$

$$400.000 + 60\lambda_3 = 0 \quad (31)$$

$$46x_2 + 15x_3 - 378 = 0 \quad (32)$$

$$36x_1 + 15x_3 - 276 = 0 \quad (33)$$

$$15x_3 + 60x_4 - 240 = 0 \quad (34)$$

$$5x_1 + 10x_3 - 165 = 0 \quad (35)$$

Berdasarkan Persamaan (28) sampai dengan Persamaan (31), didapatkan persamaan-persamaan berikut :

$$36\lambda_2 + 5\lambda_4 = -125.000 \quad (36)$$

$$46\lambda_1 = -115.000 \quad (37)$$

$$15\lambda_1 + 15\lambda_2 + 15\lambda_3 + 10\lambda_4 = -140.000 \quad (38)$$

$$60\lambda_3 = -400.000 \quad (39)$$

Langkah selanjutnya adalah menentukan nilai λ_i menggunakan aturan perkalian matriks dimana aturan perkalian matriks memiliki rumus umum $B = A\lambda_i$. Berdasarkan Persamaan (36) sampai (39) dapat dibentuk matriks A dan B dimana matriks A merupakan matriks λ_i dan matriks B merupakan nilai kanan dari persamaan, sehingga didapatkan bentuk matriks A dan B sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 36 & 0 & 5 \\ 46 & 0 & 0 & 0 \\ 15 & 15 & 15 & 10 \\ 0 & 0 & 60 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -125.000 \\ -115.000 \\ -140.000 \\ -400.000 \end{bmatrix}$$

Untuk memperoleh nilai λ_i , maka perlu mencari nilai invers dari matriks A . Matriks A memiliki invers sebagai berikut:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,022 & 0 & 0 \\ 0,035 & 0,006 & -0,018 & 0,004 \\ 0 & 0 & 0 & 0,017 \\ -0,053 & -0,041 & 0,126 & -0,032 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan aturan perkalian matriks, maka didapatkan nilai λ_i sebagai berikut:

$$\lambda_i = A^{-1}B$$

$$\lambda_i = \begin{bmatrix} 0 & 0,022 & 0 & 0 \\ 0,035 & 0,006 & -0,018 & 0,004 \\ 0 & 0 & 0 & 0,017 \\ -0,053 & -0,041 & 0,126 & -0,032 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -125.000 \\ -115.000 \\ -140.000 \\ -400.000 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_i = \begin{bmatrix} -2500 \\ -4342,11 \\ -6666,67 \\ 6263,158 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan perhitungan perkalian matriks di atas, maka diperoleh nilai λ_i sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -2500$$

$$\lambda_2 = -4342,11$$

$$\lambda_3 = -6666,67$$

$$\lambda_4 = 6263,158$$

Syarat cukup metode *Kuhn-Tucker* untuk kasus linier adalah λ yang tidak dibatasi oleh tanda artinya $\lambda \geq 0$ atau $\lambda \leq 0$ sehingga syarat cukup metode *Kuhn Tucker* untuk permasalahan ini sudah terpenuhi.

Langkah selanjutnya adalah mencari nilai x_i . Berdasarkan Persamaan (32) sampai (35) didapatkan persamaan-persamaan sebagai berikut:

$$46x_2 + 15x_3 = 378 \quad (40)$$

$$36x_1 + 15x_3 = 276 \quad (41)$$

$$15x_3 + 60x_4 = 240 \quad (42)$$

$$5x_1 + 10x_3 = 165 \quad (43)$$

Eliminasi Persamaan (41) dan (43) sehingga didapatkan nilai $x_1 = 1$. Selanjutnya substitusikan nilai $x_1 = 1$ ke Persamaan (43) untuk memperoleh nilai x_3 sehingga diperoleh $x_3 = 16$. Kemudian, untuk mendapatkan nilai x_2 , substitusikan nilai $x_3 = 16$ ke Persamaan (40) sehingga diperoleh nilai $x_2 = 3$. Substitusikan nilai $x_3 = 16$ ke Persamaan (42) sehingga didapatkan nilai $x_4 = 0$.

e. Menghitung nilai fungsi *lagrange*

Langkah terakhir adalah menghitung biaya minimum dari permasalahan optimasi. Substitusikan nilai $x_1, x_2, x_3, x_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, S_1, S_2, S_3, S_4$ kedalam fungsi *lagrange* yang merupakan fungsi tujuan yang optimal, sehingga diperoleh:

$$L(x, \lambda, S) = f(x) + \sum_{i=1}^4 \lambda_i (g_i(x) - b_i - S_i^2)$$

$$L(x_1, x_2, x_3, x_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, S_1, S_2, S_3, S_4) = 125.000x_1 + 115.000x_2 + 140.000x_3 + 400.000x_4 + \lambda_1(46x_2 + 15x_3 - S_1^2 - 378) + \lambda_2(36x_1 + 15x_3 - S_2^2 - 276) + \lambda_3(15x_3 + 60x_4 - S_3^2 - 240) + \lambda_4(5x_1 + 10x_3 - S_4^2 - 165)$$

$$L(x_1, x_2, x_3, x_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, S_1, S_2, S_3, S_4) = 2.710.000 .$$

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh kesimpulan bahwa untuk mendapatkan biaya minimum pemupukan padi Kelompok Tani Rambahan Sakato, Desa Nyiur Melambai Pelangai, Sumatera Barat untuk solusi optimal menggunakan metode *Kuhn Tucker* Kelompok Tani Rambahan Sakato, Desa Nyiur Melambai Pelangai, Sumatera Barat tidak perlu menyediakan pupuk KCL dan hanya perlu menyediakan pupuk SP-36 sebanyak 1 karung, pupuk urea sebanyak 3 karung dan pupuk phonska sebanyak 16 karung dengan biaya minimum Rp. 2.710.000.

Ucapan Terima Kasih

Ucapan terimakasih disampaikan kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian penelitian yang berjudul "Optimasi Biaya Pemupukan Tanaman Padi pada Kelompok Tani Rambahan Sakato, Desa Nyiur Melambai Pelangai menggunakan Metode *Kuhn Tucker*" sehingga penelitian ini dapat dituangkan dalam bentuk tulisan dan bisa dijadikan sebagai referensi pada penelitian-penelitian selanjutnya. Selain itu, penelitian ini juga dapat dijadikan sebagai salah satu cara untuk meminimumkan biaya pemupukan pada tanaman.

Referensi

- [1] SEKERTARIAT JENDRAL, "Outlook Komoditas Pertanian Tanaman Pangan Padi," 2015.
- [2] E. Safitri, S. Basriati, and W. Ulya, "Penerapan Metode Cutting Plane untuk Optimasi Biaya Pemupukan pada Tanaman Cabai (Studi Kasus: Kelompok Wanita Tani Sentosa Santul)," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 1, p. 79, Jan. 2020, doi: 10.24014/jsms.v6i1.9256.

- [3] N. Fadilah, B. Subartini, and F. Sukono, "Optimisasi Portofolio Expected Shortfall Pada Saham Sektor Energi dan Pertambangan," *Kubik: Jurnal Publikasi Ilmiah Matematika*, vol. 5, no. 1, pp. 1–9, Oct. 2020, doi: 10.15575/kubik.v5i1.7455.
- [4] F. Bu'ulolo, *Operasi Riset Program Linier*. Medan: USU Press, 2017.
- [5] E. Safitri and S. Basriati, "Optimalisasi Hasil Produksi Menggunakan Metode Kuhn-Tucker (Studi Kasus: Toko Baju Mitra Pekanbaru)," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 5, no. 1, pp. 30–39, 2019, doi: 10.24014/jsms.v4i1.7396.
- [6] H. A. Taha, *Operations Research: An Introduction*, 8th ed. New Jersey: Pentice-Hall International Inc, 2009.
- [7] Y. Budiasih and Asriyal, "Penyusunan Anggaran Penjualan, Optimasi Keuntungan Menggunakan Metode Kuhn-Tucker Pada Industri Olahan Daging Ayam Beku "The Endeus"," *Mpu Procuratio Jurnal Penelitian Manajemen*, vol. 2, no. 1, pp. 308–318, Apr. 2020.
- [8] I. G. A. J. PUTRA, N. M. ASIH, and I. N. WIDANA, "Optimalisasi Penjualan Kain Endek Dengan Metode Karush-Kuhn-Tucker (KKT)," *E-Jurnal Matematika*, vol. 4, no. 4, p. 158, Nov. 2015, doi: 10.24843/MTK.2015.v04.i04.p105.
- [9] W. Nur, H. Rachman, and N. M. Abdal, "Solusi Pemrograman Nonlinier Desain Kamar Kost dengan Menggunakan Syarat Karush-Kuhn-Tucker (KKT)," *JURNAL PENDIDIKAN MIPA*, vol. 7, no. 2, Dec. 2017.
- [10] T. F. Edgar, D. M. Himmelblau, and L. S. Lasdon, *Optimization Of Chemical Processes*. New York: McGraw Hill Chemical Engineering Series, 2001.
- [11] P. Moengin, *Metode Optimasi*. Bandung: Muara Indah: CV, 2011.