

# Penerapan Perangkat Lunak *RStudio* untuk Penaksiran Parameter Model *Spatial Autoregressive*

Tsuroyya Salsabil<sup>1, a)</sup>, Dianne Amor Kusuma<sup>2, b)</sup>, Budi Nurani Ruchjana<sup>3, c)</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Padjadjaran, Sumedang, Indonesia

<sup>a)</sup>email: [tsuroyya19001@mail.unpad.ac.id](mailto:tsuroyya19001@mail.unpad.ac.id)

<sup>b)</sup>email: [amor@unpad.ac.id](mailto:amor@unpad.ac.id)

<sup>c)</sup>email: [budi.nurani@unpad.ac.id](mailto:budi.nurani@unpad.ac.id)

## Abstrak

Penelitian bidang statistika tidak hanya berbasis waktu (temporal) namun juga ruang (spasial) serta membutuhkan alat bantu berupa perangkat lunak (*software*), agar analisis dan pengolahan data memperoleh hasil yang baik, cepat, dan akurat. Salah satu perangkat lunak yang dapat digunakan adalah *RStudio*. Kelebihan *RStudio* adalah *open source software* (OSS) yang dapat digunakan bebas tanpa biaya serta memiliki banyak paket dan fungsi yang dapat mempermudah pengolahan data. Salah satu analisis berbasis ruang adalah analisis data spasial. Struktur dalam *RStudio* memungkinkan pengguna memanggil fungsi-fungsi yang berkaitan dengan analisis data spasial, melakukan komputasi dengan matriks yang berisi elemen bernilai nol banyak seperti matriks pembobot spasial, menaksir parameter model spasial, dan sebagainya. Penelitian ini mengkaji penerapan *RStudio* dalam menaksir parameter model *Spatial Autoregressive* (SAR) orde satu dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) pada data penetapan Warisan Budaya Takbenda (WBTb) di Indonesia. Berdasarkan hasil penerapan *RStudio* diperoleh prediksi data penetapan WBTb di Indonesia berupa model SAR orde satu dengan matriks pembobot *Queen contiguity* untuk kategori Adat Istiadat Masyarakat, Ritus, dan Perayaan-perayaan (AIMRP) dan Seni pertunjukan (SP) dengan indikator nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) minimum dan *pseudo-R<sup>2</sup>* maksimum. Penerapan *RStudio* pada model SAR orde satu untuk data penetapan WBTb di Indonesia mempercepat dan mempermudah perhitungan dalam menaksir parameter model. Hasil penaksiran parameter model SAR orde satu diharapkan dapat digunakan sebagai rekomendasi bagi instansi terkait seperti Dinas Kebudayaan, Pariwisata, Pemuda, dan Olahraga.

*Kata kunci:* *RStudio*; *Spatial Autoregressive* (SAR); *Matriks Pembobot Spasial*; *Maximum Likelihood Estimation* (MLE); Warisan Budaya Takbenda (WBTb)

## Abstract

Research and analysis that are not only based on time (temporal) but also on space (spatial) require tools in the form of software to ensure that the data analysis and processing yield good, fast, and accurate results. One of the software tools that can be used for this purpose is *RStudio* software. The advantages of *RStudio* include being open-source software (OSS), which can be used freely without cost, and it has many packages and functions that can facilitate data processing. One of the spatial-based analyses is spatial data analysis. The structure within *RStudio* allows users to call functions

related to spatial data analysis, perform computations with sparse matrices (matrices with many zero values), such as spatial weight matrices, estimation of spatial model parameters, and so on. This research examines the application of RStudio software in estimating the parameters of a first-order Spatial Autoregressive (SAR) model using the Maximum Likelihood Estimation (MLE) method on the data of the designation of Intangible Cultural Heritage (ICH) in Indonesia. Based on the results of applying RStudio software, a first-order SAR model with a Queen contiguity weight matrix for the categories of Traditional Customs, Rituals, and Celebrations (TCRC) and Performing Arts (PA) with the minimum Akaike Information Criterion (AIC) value and maximum pseudo- $R^2$  value was obtained for predicting the designation data of ICH in Indonesia. The application of RStudio software to the first-order SAR model for the designation data of ICH in Indonesia speeds up and simplifies calculations, making it suitable as a recommendation for relevant agencies such as the Department of Culture, Tourism, Youth, and Sports (Disbudparpora).

*Keywords: RStudio; Spatial Autoregressive (SAR); Spatial Weight Matrix; Maximum Likelihood Estimation (MLE); Intangible Heritage Culture (IHC)*

## Pendahuluan

Perangkat lunak merupakan alat yang penting dalam pengolahan data. Diseminasi dan penyebaran informasi hasil analisis data memerlukan sistem informasi yang tidak terlepas dari penggunaan perangkat lunak. Penggunaan perangkat lunak berlisensi membutuhkan biaya yang relatif mahal. Hal ini seringkali menjadi kendala dalam pelaksanaan penelitian. Penggunaan *open source software* (OSS) menjadi salah satu solusi dalam mengatasi masalah penyediaan perangkat lunak tersebut. *RStudio* sebagai OSS merupakan salah satu perangkat lunak yang dapat digunakan secara bebas dan gratis. *RStudio* memiliki kelebihan diantaranya banyak paket dan fungsi yang dapat mempermudah pengolahan data serta instalasi dan cara mengoperasikan (*getting started*) perangkat lunak *RStudio* lebih mudah dibandingkan dengan perangkat lunak statistika lainnya [1].

*RStudio* dapat digunakan untuk berbagai analisis statistik, salah satunya adalah analisis *cluster*. Analisis *cluster* adalah salah satu teknik analisis statistika multivariat yang bertujuan untuk mengelompokkan objek berdasarkan karakteristik dari setiap kelompok tertentu [2]. *Rstudio* juga dapat digunakan untuk berbagai analisis yang berbasis ruang (spasial), salah satunya adalah analisis regresi spasial. Regresi spasial merupakan pengembangan dari metode regresi linear klasik dengan mempertimbangkan pengaruh lokasi dalam analisisnya. Pemodelan dengan regresi spasial seringkali digunakan untuk data yang memiliki korelasi antara satu lokasi dengan lokasi lainnya, dinamakan ketergantungan spasial. Ada beberapa model regresi spasial yang sering digunakan, salah satunya adalah Model *Spatial Autoregressive* (SAR) [3].

Beberapa penelitian terdahulu menggunakan model SAR antara lain: pemodelan *pneumonia* pada balita di Surabaya [4] dan Pemodelan *Spatial Autoregressive* (SAR) untuk menganalisis tingkat kemiskinan di Provinsi Riau [5]. Penelitian ini penulis menerapkan *RStudio* untuk menaksir parameter model SAR orde satu dengan matriks pembobot spasial *Queen contiguity* dan invers jarak menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) pada data penetapan WBTb di Indonesia.

## Metode

### 1. Ketergantungan Spasial

Ketergantungan spasial terjadi karena pengamatan pada suatu lokasi dipengaruhi oleh pengamatan pada lokasi yang lain. Berdasarkan hukum pertama tentang geografi yang dikemukakan oleh Tobler dijelaskan bahwa "Segala sesuatu saling berhubungan satu dengan yang lainnya, tetapi sesuatu yang dekat lebih memiliki kemiripan dibandingkan sesuatu yang jauh". Pengujian dependensi spasial dapat dilakukan melalui indeks Moran [7].

### 2. Matriks Pembobot Spasial

Matriks pembobot spasial adalah matriks  $\mathbf{W}_{n \times n}$  dengan setiap elemen  $w_{ij}$  menunjukkan nilai kedekatan antar lokasi  $i$  dan lokasi  $j$ . Ada beberapa cara untuk mendefinisikan pembobot spasial, diantaranya menggunakan konsep contiguity (ketetanggaan) dan jarak [6].

#### 1) Matriks Pembobot Contiguity (Ketetanggaan)

Matriks *contiguity*  $\mathbf{C}$  dapat dibentuk untuk menentukan ketetanggaan dari suatu lokasi. Matriks ini merupakan matriks simetri berukuran  $(n \times n)$  dengan elemen 0 atau 1. Secara umum definisi dari elemen-elemen matriks  $\mathbf{C}$  adalah:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1, & i \text{ dan } j \text{ bertetangga} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

dengan  $i, j = 1, 2, \dots, n$ . Matriks *contiguity*  $\mathbf{C}$  digunakan untuk membentuk matriks pembobot spasial, yang pada dasarnya merupakan hasil standardisasi dari  $\mathbf{C}$  dituliskan dalam bentuk matriks:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11}/c_1 & c_{12}/c_1 & \dots & c_{1n}/c_1 \\ c_{21}/c_2 & c_{22}/c_2 & \dots & c_{2n}/c_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1}/c_n & c_{n1}/c_n & \dots & c_{nn}/c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & w_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & 0 & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

dengan

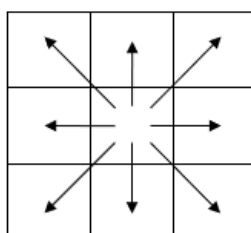
$$c_i = \sum_{j=1}^n c_{ij}, \text{ untuk setiap } i = 1, 2, \dots, n$$

$c_i$  : total nilai pada baris ke- $i$

$c_{ij}$  : nilai pada baris ke  $i$  kolom ke- $j$

$$\sum_{j=1}^n w_{ij} = 1, \text{ untuk setiap } i = 1, 2, \dots, n.$$

Salah satu metode penentuan matriks pembobot yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Queen contiguity*. Matriks pembobot spasial ini mendefinisikan  $w_{ij} = 1$  untuk wilayah yang bersisian atau titik sudutnya bertemu dengan wilayah yang menjadi titik perhatian dan  $w_{ij} = 0$  untuk wilayah lain yang tidak bersisian atau bertemu titik sudutnya [9]. Gambar 1 merupakan ilustrasi dari matriks pembobot *Queen contiguity*:



**Gambar 1.** Ilustrasi posisi lokasi menggunakan *Queen contiguity*

Untuk memperoleh matriks *Queen contiguity* dengan posisi 34 provinsi di Indonesia digunakan peta wilayah Indonesia seperti disajikan pada Gambar 2 yang diperoleh dari Geoda [19]:



**Gambar 2.** Peta Wilayah Indonesia

## 2) Matriks Pembobot Invers Jarak

Jarak di antara lokasi  $i$  dan lokasi  $j$  umumnya didefinisikan sebagai jarak *Euclidean*. Pada penelitian ini digunakan konversi koordinat lintang dan bujur ke dalam koordinat *Cartesian*. Jarak antara dua lokasi dirumuskan sebagai berikut [10]:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (2)$$

dengan

$x_i$  : koordinat  $x$  lokasi ke- $i$

$x_j$  : koordinat  $x$  lokasi ke- $j$

$y_i$  : koordinat  $y$  lokasi ke- $i$

$y_j$  : koordinat  $y$  lokasi ke- $j$

Penelitian ini menggunakan matriks pembobot invers jarak dengan rumus seperti pada persamaan berikut [8]:

$$w_{ij} = \frac{1}{d_{ij}} \quad (3)$$

dengan  $d_{ij}$  merupakan jarak antar lokasi  $i$  dan  $j$  untuk  $i, j = 1, 2, \dots, n$ .

## 3. Indeks Moran

Indeks Moran adalah nilai statistik untuk menggambarkan autokorelasi spasial. Nilai indeks Moran berada pada selang antara -1 dan +1 (-1 menunjukkan autokorelasi negatif sempurna dan +1 menunjukkan autokorelasi positif sempurna) [11]. Nilai Indeks Moran dapat dihitung dengan menggunakan persamaan berikut [12]:

$$I = \frac{n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, i \neq j \quad (4)$$

Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$H_0: I = 0$  (Tidak terdapat autokorelasi spasial)

$H_1: I \neq 0$  (Terdapat autokorelasi spasial)

Statistik uji:

$$Z(I) = \frac{I - E(I)}{\sqrt{Var(I)}} \approx N(0,1) \quad (5)$$

dengan

$$E(I) = I_0 = -\frac{1}{n-1}$$

$$Var(I) = \frac{n^2 S_1 - n S_2 + 3 S_0^2}{(n^2 - 1) S_0^2} - [E(I)]^2$$

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \quad ; S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_{ij} + w_{ji})^2 \quad ; S_2 = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n w_{ij} + \sum_{j=1}^n w_{ji})^2$$

$I$  : indeks Moran

$n$  : banyaknya lokasi pengamatan

$y_i$  : nilai pengamatan pada lokasi  $i$

$y_j$  : nilai pengamatan pada lokasi  $j$

$\bar{y}$  : rata-rata pengamatan

$w_{ij}$  : elemen pada pembobot terstandarisasi antara lokasi  $i$  dan  $j$

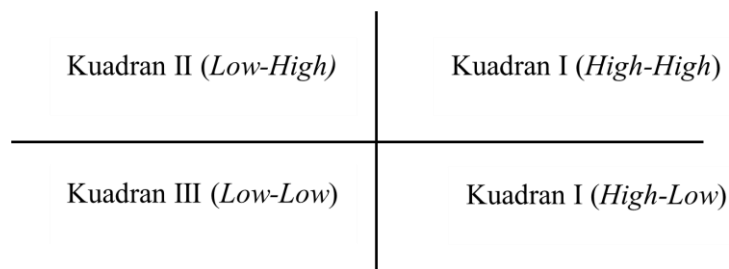
$E(I)$  : *expected value* indeks Moran

$Var(I)$  : varians indeks Moran.

Pengambilan keputusan,  $H_0$  ditolak pada taraf signifikansi  $\alpha$  jika  $Z(I) \geq Z_{\frac{\alpha}{2}}$  dan  $H_0$  tidak ditolak pada taraf signifikansi  $\alpha$  jika  $Z(I) < Z_{\frac{\alpha}{2}}$ .

#### 4. Moran Scatterplot

Moran *scatterplot* adalah plot yang digunakan untuk melihat hubungan antara nilai pengamatan yang terstandarisasi dengan nilai rata-rata tetangga yang sudah terstandarisasi [13]. Moran *scatterplot* untuk empat kuadran diberikan pada Gambar 3.



**Gambar 3.** Moran *scatterplot* pada kuadran I-IV

#### 5. Uji Lagrange Multiplier (LM)

*Lagrange Multiplier* (LM) adalah uji untuk menentukan dependensi spasial dari suatu model spasial [11].

Hipotesis yang digunakan adalah:

$H_0: \rho = 0$  (tidak terdapat dependensi spasial lag)

$H_1: \rho \neq 0$  (terdapat dependensi spasial lag)

Statistik uji:

$$LM_{lag} = \frac{(e^T W y)^2}{\sigma^2 ((W X \beta)^T (M W X \beta) + T \sigma^2)} \quad (6)$$

dengan

$$\sigma^2 = \frac{e^T e}{n}$$

$$M = I - X(X^T X)^{-1} X^T$$

$$T = tr(W^T W + W^2)$$

Pengambilan keputusan,  $H_0$  ditolak jika  $LM_{lag} > \chi^2(\alpha, 1)$  atau  $p\text{-value} < \alpha$  dan  $H_0$  tidak ditolak jika  $LM_{lag} < \chi^2(\alpha, 1)$  atau  $p\text{-value} > \alpha$  [7].

#### 6. Model Spatial Autoregressive (SAR) Orde Satu

*Spatial Autoregressive* (SAR) artinya meregresikan terhadap dirinya sendiri dalam kaitan dengan ruang (spasial). Model SAR secara umum dirumuskan [10] sebagai berikut :

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X}\beta + \mathbf{u} \quad (7)$$

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} \underset{\sim}{\text{iid}} N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$$

Jika  $\mathbf{X} = \mathbf{0}_{n \times 1}$  dan  $\mathbf{W}_2 = \mathbf{0}_{n \times 1}$  maka persamaan (12) menyatakan model SAR orde satu. Untuk menyederhanakan tulisan notasi  $\mathbf{W}_1$  diganti dengan  $\mathbf{W}$  sehingga model SAR orde satu dinyatakan sebagai berikut :

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W} \mathbf{y} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (9)$$

dengan asumsi  $\boldsymbol{\varepsilon} \underset{\sim}{\text{iid}} N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ .

Penaksiran parameter model *Spatial Autoregressive* (SAR) orde satu menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Penaksiran parameter model diperoleh dengan memaksimumkan fungsi *likelihood* dengan mencari turunan parsial terhadap  $\rho$  dan  $\sigma^2$  kemudian menyamakan dengan nol [14]. Penaksir untuk  $\sigma^2$  adalah sebagai berikut [15]:

$$\widehat{\sigma^2} = \frac{1}{n} (\mathbf{y} - \rho \mathbf{W} \mathbf{y})^T (\mathbf{y} - \rho \mathbf{W} \mathbf{y}) \quad (10)$$

Penaksir untuk parameter  $\rho$  adalah

$$\hat{\rho} = (\mathbf{y}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \mathbf{y})^{-1} (\mathbf{y}^T \mathbf{W}^T \mathbf{y}) \quad (11)$$

#### 7. Uji Signifikansi Parameter Model Spatial Autoregressive (SAR) Orde Satu

Uji Wald ini dapat digunakan untuk menguji signifikansi koefisien model SAR secara individu [7].

Hipotesis yang digunakan:

$H_0: \rho = 0$  (Parameter model SAR orde satu tidak signifikan)

$H_1: \rho \neq 0$  (Parameter model SAR orde satu signifikan)

Statistik uji dinyatakan pada persamaan:

$$Wald_{\rho} = \left( \frac{\hat{\rho}}{SE(\hat{\rho})} \right)^2 \quad (12)$$

dengan

$$SE(\hat{\rho}) = \sqrt{(\sigma^2(\hat{\rho}))} \quad (13)$$

$\hat{\rho}$ : taksiran parameter  $\rho$

$SE(\hat{\rho})$ : standar *error* untuk parameter  $\rho$ .

Pengambilan keputusan,  $H_0$  ditolak, jika nilai  $Wald_{\rho} > \chi_{\alpha,1}^2$  dan  $H_0$  tidak ditolak, jika nilai  $Wald_{\rho} < \chi_{\alpha,1}^2$ .

#### 8. Pemilihan Model SAR Orde Satu Terbaik

Model terbaik dari model SAR orde satu dengan menggunakan matriks *Queen contiguity* dan invers jarak diukur dengan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *pseudo-R<sup>2</sup>*.

##### 1) Akaike Information Criterion (AIC)

AIC adalah suatu ukuran informasi yang berisi pengukuran terbaik dalam uji kelayakan penaksiran model linear seperti model SAR [16]. AIC didefinisikan:

$$AIC = -2 \log(L) + 2p \quad (14)$$

dengan  $p$  adalah jumlah parameter model dan  $L$  adalah nilai *Maximum Likelihood* hasil penaksiran model. Model dengan nilai AIC yang minimum menunjukkan bahwa model yang terbaik.

## 2) *Pseudo-R<sup>2</sup>*

*Pseudo-R<sup>2</sup>* dihitung sebagai rasio varians dari nilai prediktor dengan varians dari nilai-nilai yang diamati. Nilai *Pseudo-R<sup>2</sup>* yang semakin besar menunjukkan kepercayaan terhadap model semakin besar. Rumus untuk menghitung nilai *pseudo-R<sup>2</sup>* adalah sebagai berikut [17]:

$$pseudo R^2 = 1 - \left( \frac{SSE}{var(y)(n-1)} \right) \quad (15)$$

dengan

*SSE*: jumlah kuadrat *error*

$y$ : nilai pengamatan variabel respon

$n$ : banyaknya pengamatan

## 9. Script R untuk Penaksiran Model SAR Orde Satu menggunakan MLE

*Script R* merupakan kode yang memiliki kegunaan untuk menerjemahkan setiap perintah di R. *Script R* yang digunakan dalam penaksiran parameter model SAR orde satu membutuhkan beberapa *library*, yaitu:

- 1) *Library "spdep"* digunakan untuk melihat ketergantungan spasial pada data.
- 2) *Library "spatialreg"* digunakan untuk perhitungan analisis regresi spasial.
- 3) *Library "lmtest"* digunakan untuk menguji asumsi dasar dari regresi linear.

Beberapa *command* digunakan untuk membangun *script R* dalam menaksir parameter model SAR orde satu dengan MLE, diantaranya:

- 1) *Command* untuk memasukkan data penelitian dalam bentuk file CSV dengan 34 provinsi  

```
WBTb=read.csv(file.choose(), sep=";", header=TRUE)
WBTb
```
- 2) *Command* untuk menyajikan statistika deskriptif terhadap data yang diteliti  

```
summary(WBTb)
```
- 3) *Command* untuk memasukkan matriks pembobot spasial Queen contiguity dan invers jarak yang telah distandardisasi data dalam bentuk file CSV  

```
bobot=read.csv(file.choose(), sep=";", header=FALSE)
bobot
```
- 4) *Command* untuk melakukan uji ketergantungan spasial dengan menggunakan indeks Moran  

```
bot=as.matrix(bobot)
matbot=mat2listw(bot)
moran.test(WBTb, matbot, zero.policy=TRUE)
```
- 5) *Command* untuk menggambarkan Moran scatterplot  

```
moran.plot(WBTb, matbot, zero.policy=TRUE)
```
- 6) *Command* untuk melakukan uji Lagrange Multiplier (LM)  

```
reg1=lm(WBTb~WBTb)
lm.LMtests(reg1, matbot, test='LMlag', zero.policy=TRUE)
```
- 7) *Command* untuk menaksir parameter model SAR orde satu menggunakan metode MLE dan melakukan pengujian signifikansi parameter model SAR orde satu menggunakan uji Wald  

```
sar1=lagsarlm(WBTb~WBTb, matbot, zero.policy=TRUE)
```

```
summary(sar1)
8) Command untuk melakukan perhitungan nilai AIC
AIC(sar1)
9) Command untuk melakukan perhitungan nilai Pseudo-R2
R2SAR = 1 - (sar1$SSE / (var(WBTb) * (n-1)))
R2SAR
```

#### 10. Data Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data spasial berupa koordinat 34 provinsi di Indonesia [18] didukung dengan peta wilayah Indonesia pada Gambar 2 dan data sekunder yang berasal dari *website* Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan [20]. Data yang diambil dalam penelitian ini merupakan data penetapan WBTb di Indonesia dengan 34 provinsi dari tahun 2013 sampai dengan tahun 2021 yang terdiri dari 5 kategori yaitu, Adat istiadat masyarakat, ritus, dan perayaan-perayaan (AIMRP), Kemahiran kerajinan tradisional (KKT), Pengetahuan dan kebiasaan perilaku mengenai alam dan semesta (PKPMAS), Seni pertunjukan (SP), dan Tradisi dan ekspresi lisan (TEL).

#### Hasil dan Diskusi

Penerapan *RStudio* untuk penaksiran parameter model SAR orde satu menggunakan MLE pada data penetapan WBTb di Indonesia. Matriks pembobot model SAR orde satu berupa matriks *Queen contiguity* dan invers jarak berdasarkan peta wilayah Indonesia pada Gambar 2 disajikan pada Gambar 7 dan Gambar 8. Untuk menaksir parameter model SAR orde satu dengan matriks *Queen contiguity* dan invers jarak dibangun *script* R yang berisi kumpulan *command*. Data pada penelitian ini berupa file CSV dibaca menggunakan *command* sebagai berikut:

```
wBTb=read.csv(file.choose(),sep=";",header=TRUE)
wBTb
```

**Gambar 4.** *Command* R membaca data

Selanjutnya dilakukan perhitungan statistika deskriptif menggunakan *command* R pada Gambar 5.

```
summary(wBTb)
```

**Gambar 5.** *Command* R statistika deskriptif

*Command* R pada Gambar 5 menghasilkan output yang terdapat pada Tabel 1.

**Tabel 1.** Statistika Deskriptif Data Penetapan WBTb di Indonesia

Statistika Deskriptif	AIMRP	KKT	PKPMAS	SP	TEL
Minimum	3	1	0	0	0
Mean	12,91	10,71	2,00	13,24	5,59
Maksimum	38	29	7	50	20
Standar Deviasi	9,77	7,11	1,76	11,64	5,00



Tabel 1 memperlihatkan bahwa nilai minimum dari data WBtb di Indonesia adalah kategori PKPMAS, SP, dan TEL dengan nilai 0, sedangkan nilai maksimum adalah kategori SP dengan nilai 50. Rata-rata terbesar terdapat pada kategori SP sebesar 13,24 jenis seni pertunjukkan.

Langkah selanjutnya adalah memasukkan matriks pembobot spasial *Queen contiguity* dan invers jarak yang telah distandardisasi dalam bentuk file csv menggunakan *command* R pada Gambar 6 dan output yang dihasilkan terdapat yang dihasilkan terdapat pada Gambar 7 dan Gambar 8.

```
bobot=read.csv(file.choose(),sep=";",header=FALSE)
bobot
```

Gambar 6. Command R membaca matriks pembobot spasial

Table with 34 columns and 34 rows containing numerical values representing a standardized Queen contiguity matrix.

Gambar 7. Matriks pembobot Queen contiguity yang telah distandardisasi antar provinsi di Indonesia

Table with 34 columns and 34 rows containing numerical values representing an inverse distance matrix.

Gambar 8. Matriks pembobot invers jarak yang telah distandardisasi antar provinsi di Indonesia

Perhitungan indeks Moran,  $E(I)$ , standar deviasi, variansi, dan  $Z(I)$  dengan matriks pembobot *Queen contiguity* menggunakan *script* R pada Gambar 7.

```
bot=as.matrix(bobot)
matbot=mat2listw(bot)
moran.test(WBTb$AIMRP, matbot, zero.policy=TRUE)
moran.test(WBTb$KKT, matbot, zero.policy=TRUE)
moran.test(WBTb$PKPMAS, matbot, zero.policy=TRUE)
moran.test(WBTb$SP, matbot, zero.policy=TRUE)
moran.test(WBTb$TEL, matbot, zero.policy=TRUE)
```

**Gambar 9.** Command R Indeks Moran,  $E(I)$ , Standar Deviasi, Variansi, dan  $Z(I)$

Command R pada Gambar 9 menghasilkan output yang terdapat pada Tabel 2.

**Tabel 2.** Indeks Moran,  $E(I)$ , standar deviasi, variansi, dan  $Z(I)$  dengan matriks pembobot *Queen contiguity*

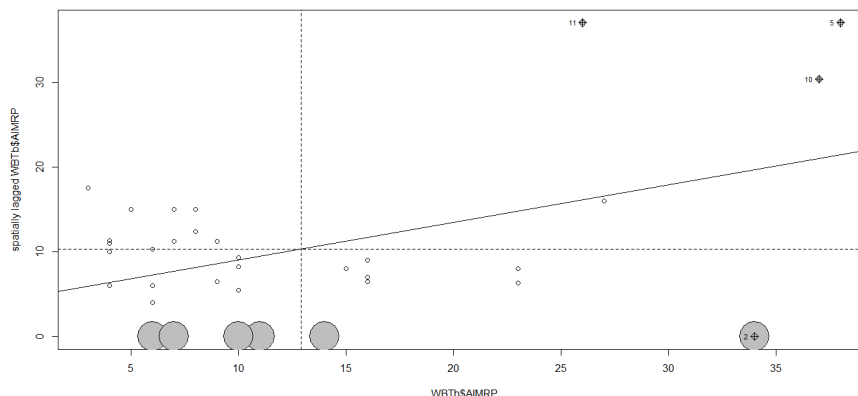
Kategori WBTb	Indeks Moran	$E(I)$	Standar Deviasi	Variansi	$Z(I)$	Kesimpulan
AIMRP	0,46219773	-0,03703704	2,8361	0,03098532	2,8361	$H_0$ Ditolak
KKT	0,07767122	-0,03703704	0,64511	0,03161713	0,64511	$H_0$ Tidak Ditolak
PKPMAS	0,24918301	-0,03703704	1,6258	0,03099446	1,6258	$H_0$ Tidak Ditolak
SP	0,48292635	-0,03703704	3,0408	0,02923948	3,0408	$H_0$ Ditolak
TEL	-0,04009735	-0,03703704	-0,017394	0,03095673	-0,017394	$H_0$ Tidak Ditolak

Tabel 2 menunjukkan bahwa nilai  $Z(I)$  dari variabel AIMRP dan SP lebih besar dari  $Z_{0,05} = 1,645$ , yang artinya  $H_0$  ditolak sehingga hal ini menunjukkan bahwa terdapat autokorelasi spasial antar lokasi pada variabel respon.

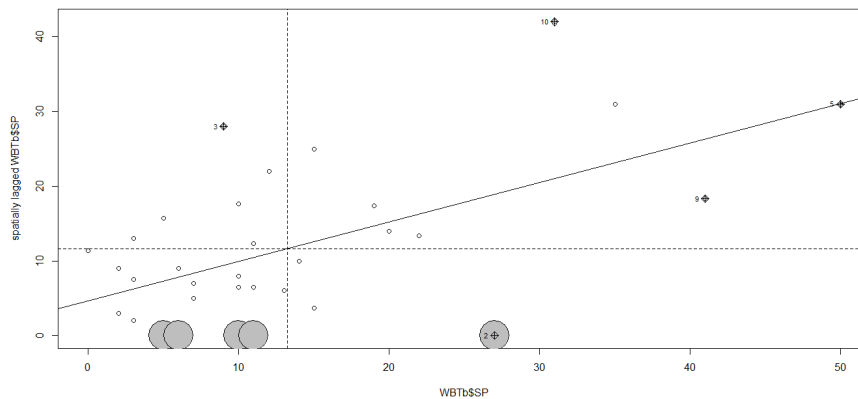
Selanjutnya digambarkan moran *scatterplot* untuk kategori AIMRP dan SP menggunakan *command* R pada Gambar 10 dan output yang dihasilkan terdapat yang dihasilkan terdapat pada Gambar 11 dan Gambar 12.

```
moran.plot(WBTb$AIMRP, matbot, zero.policy=TRUE)
moran.plot(WBTb$SP, matbot, zero.policy=TRUE)
```

**Gambar 10.** Command R Moran *scatterplot* untuk kategori AIMRP dan SP



**Gambar 11.** Moran *scatterplot* AIMRP di Indonesia dengan matriks pembobot *Queen contiguity*



**Gambar 12.** Moran *scatterplot* SP di Indonesia dengan matriks pembobot *Queen contiguity*

*Command* dari *Script R* pada Gambar 9 digunakan juga dalam perhitungan indeks Moran,  $E(I)$ , standar deviasi, variansi, dan  $Z(I)$  dengan matriks pembobot invers jarak menghasilkan output yang terdapat pada Tabel 3.

**Tabel 3.** Indeks Moran,  $E(I)$ , standar deviasi, variansi, dan  $Z(I)$  dengan matriks pembobot invers jarak

Kategori WBTb	Indeks Moran	$E(I)$	Standar Deviasi	Variansi	$Z(I)$	Kesimpulan
AIMRP	0,145254196	-0,030303030	4,822	0,001325483	4,822	$H_0$ Ditolak
KKT	0,067670580	-0,030303030	2,6699	0,001346531	2,6699	$H_0$ Ditolak
PKPMAS	0,004165387	-0,030303030	0,94664	0,001325788	0,94664	$H_0$ Tidak Ditolak
SP	0,178795135	-0,030303030	5,8736	0,001267323	5,8736	$H_0$ Ditolak
TEL	0,01382022	-0,030303030	1,2124	0,00132453	1,2124	$H_0$ Tidak Ditolak

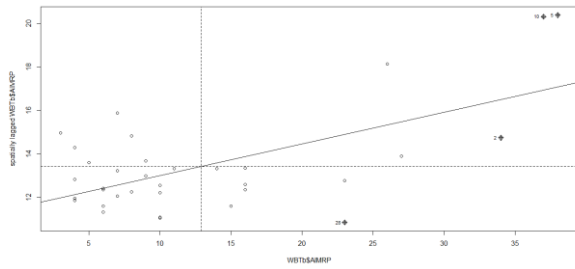
Tabel 3 memperlihatkan bahwa nilai  $Z(I)$  dari variabel persentase AIMRP, KKT, dan SP lebih besar dari  $Z_{0,05} = 1,645$ , yang artinya  $H_0$  ditolak. Hal ini menunjukkan bahwa terdapat autokorelasi spasial positif antar lokasi pada variabel respon.

Moran *scatterplot* untuk kategori AIMRP, KKT, dan SP digambarkan menggunakan *command* dari *script R* pada Gambar 13 dan output yang dihasilkan terdapat yang dihasilkan terdapat pada Gambar 14, 15, dan 16.

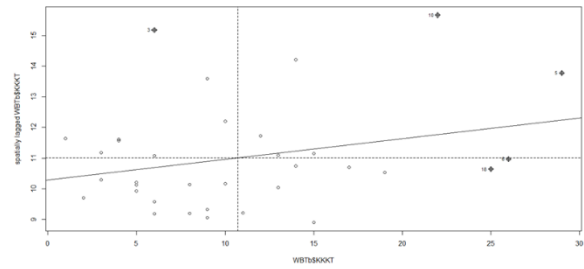
```

moran.plot(WBTb$AIMRP, matbot, zero.policy=TRUE)
moran.plot(WBTb$KKT, matbot, zero.policy=TRUE)
moran.plot(WBTb$SP, matbot, zero.policy=TRUE)
    
```

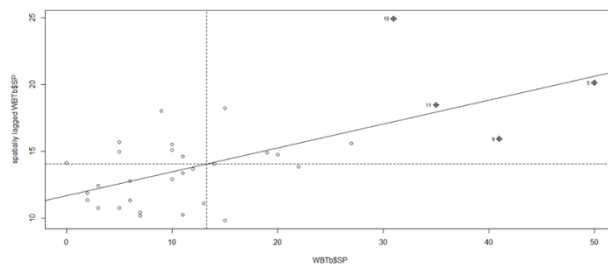
**Gambar 13.** *Command R* moran *scatterplot* untuk kategori AIMRP, KKT, dan SP



**Gambar 14.** Moran *scatterplot* AIMRP di Indonesia dengan matriks pembobot invers jarak



**Gambar 15.** Moran *scatterplot* KKT di Indonesia dengan matriks pembobot invers jarak



**Gambar 16.** Moran *scatterplot* SP di Indonesia dengan matriks pembobot invers jarak

Uji *Lagrange Multiplier* dilakukan dengan menggunakan *command* dari *script* R pada Gambar 17 dan output yang dihasilkan terdapat yang dihasilkan terdapat pada Tabel 4.

```
reg1=lm(WBTb~WBTb)
lm.LMtests(reg1,matbot,test='LMlag',zero.policy=TRUE)
```

**Gambar 17.** *Command* R Uji *Lagrange Multiplier*

**Tabel 4.** Uji *Lagrange Multiplier*

Matriks Pembobot	Kategori	$LM_{lag}$	P-value	Kesimpulan
<i>Queen contiguity</i>	AIMRP	6,2303	0,01256	$H_0$ Ditolak
	KKT	0,77989	0,3772	$H_0$ Tidak Ditolak
	PKPMAS	1,7802	0,1821	$H_0$ Tidak Ditolak
	SP	9,4377	0,002126	$H_0$ Ditolak
	TEL	0,14449	0,7039	$H_0$ Tidak Ditolak
Invers jarak	AIMRP	6,6336	0,0100	$H_0$ Ditolak
	KKT	1,4398	0,2302	$H_0$ Tidak Ditolak
	PKPMAS	0,0054551	0,9411	$H_0$ Tidak Ditolak
	SP	10,051	0,001523	$H_0$ Ditolak
	TEL	0,060052	0,8064	$H_0$ Tidak Ditolak

Tabel 4 menunjukkan uji *Lagrange Multiplier* menggunakan matriks pembobot *Queen contiguity* dan matriks pembobot invers jarak dengan nilai  $LM_{lag} > \chi^2(0.1,1) = 2,7055$  dan  $P - value < \alpha = 0,1$  artinya,  $H_0$  ditolak sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat efek spasial pada data penetapan WBTb di Indonesia kategori AIMRP dan SP. Oleh karena itu, pada penelitian ini pembentukan model penaksiran dapat dilanjutkan dengan menggunakan Model *Spatial Autoregressive* (SAR).

Penaksiran parameter model SAR orde satu untuk kategori AIMRP dan SP menggunakan *command* dari *script* R pada Gambar 18.

```
sar1=lagsarlm(AIMRP~AIMRP, data=WBTb, matbot, zero.policy=TRUE)
summary(sar1)
sar1=lagsarlm(SP~SP, data=WBTb, matbot, zero.policy=TRUE)
summary(sar1)
```

**Gambar 18.** *Command* R Penaksiran Parameter Model SAR Orde Satu

*Command* dari *script* R pada Gambar 18 menghasilkan output yang terdapat pada Tabel 5.

**Tabel 5.** Penaksiran Parameter Model SAR Orde Satu

Matriks Pembobot	Kategori	Koefisien rho	Model
<i>Queen contiguity</i>	AIMRP	0,36275	$\hat{y} = 0,36275Wy$
	SP	0,46871	$\hat{y} = 0,46871Wy$
Invers jarak	AIMRP	0,77996	$\hat{y} = 0,77996Wy$
	SP	0,81301	$\hat{y} = 0,81301Wy$

Hasil pengolahan data penetapan WBTb di Indonesia dengan model SAR orde satu untuk variabel AIMRP dan SP diperoleh taksiran  $\hat{\rho}$  yang bernilai positif sehingga ini berarti pergeseran wilayah sebesar satu satuan akan berpengaruh meningkatkan AIMRP dan SP sebesar  $\hat{\rho}$ .

*Command* R pada Gambar 18 digunakan juga dalam perhitungan Uji Wald dan output yang dihasilkan terdapat yang dihasilkan terdapat pada Tabel 6.

**Tabel 6.** Pengujian Signifikansi Parameter menggunakan uji Wald

Matriks Pembobot	Kategori	Wald	$\chi_{\alpha,1}^2$	$H_0$	Signifikansi Parameter
<i>Queen contiguity</i>	AIMRP	7,1371	2,706	Ditolak	Parameter $\hat{\rho}$ Signifikan
	SP	13,817	2,706	Ditolak	Parameter $\hat{\rho}$ Signifikan
Invers jarak	AIMRP	26,68	2,706	Ditolak	Parameter $\hat{\rho}$ Signifikan
	SP	39,562	2,706	Ditolak	Parameter $\hat{\rho}$ Signifikan

Tabel 6 memperlihatkan bahwa terdapat dua variabel yang berpengaruh secara signifikan terhadap data penetapan WBTb di Indonesia dengan  $Wald_{\rho} > \chi_{\alpha,1}^2 = 2,706$  yaitu, AIMRP dan SP.

Pehitungan nilai AIC dan Pseudo- $R^2$  untuk kategori AIMRP dan SP menggunakan *command* dari *script* R pada Gambar 19.

```
AIC(sar1)
R2SAR = 1-(sar1$SSE/(var(WBTb$AIMRP)*(34-1)))
R2SAR
R2SAR = 1-(sar1$SSE/(var(WBTb$SP)*(34-1)))
R2SAR
```

**Gambar 19.** *Command* R Pehitungan nilai AIC dan Pseudo- $R^2$

*Command* R pada Gambar 19 menghasilkan output yang terdapat pada Tabel 7.

**Tabel 7.** Nilai AIC dan Pseudo- $R^2$  Masing-Masing Model

Matriks Pembobot	Kategori	$LM_{lag}$	P-value
SAR orde satu dengan matriks pembobot <i>Queen contiguity</i>	AIMRP	250,4418	20,52%
	SP	258,4245	31,81%
SAR orde satu dengan matriks pembobot invers jarak	AIMRP	251,2283	19,27%
	SP	261,3962	23,88%

Berdasarkan hasil pengukuran kebaikan model dengan menggunakan AIC dan *pseudo- $R^2$*  menunjukkan bahwa model yang terpilih untuk prediksi data penetapan WBTb di Indonesia adalah Model *Spatial Autoregressive* (SAR) orde satu dengan matriks pembobot *Queen contiguity*.

### Kesimpulan

Penerapan perangkat lunak *RStudio* untuk penaksiran model SAR orde satu pada data penetapan WBTb di Indonesia memberikan kesimpulan bahwa perhitungan indeks Moran menggunakan matriks pembobot spasial *Queen contiguity* dan invers jarak menunjukkan adanya autokorelasi antar lokasi pada kategori AIMRP dan SP. Selain itu kedua kategori tersebut digunakan untuk membentuk model SAR orde satu dan ditunjukkan bahwa keduanya berpengaruh secara signifikan terhadap data penetapan WBTb di Indonesia. Berdasarkan hasil pemilihan model terbaik dengan indikator nilai AIC dan *pseudo- $R^2$*  model yang terpilih untuk prediksi data penetapan WBTb di Indonesia adalah Model SAR orde satu dengan matriks pembobot *Queen contiguity*.

### Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Rektor Universitas Padjadjaran yang telah memberikan dana untuk diseminasi hasil penelitian dosen dan mahasiswa melalui *Academic Leadership Grant* tahun 2023 dengan nomor kontrak: 1549/UN6.3.1/PT.00/2023, serta kepada *reviewer* yang telah memberikan saran untuk perbaikan dalam penulisan paper ini.

### Referensi

- [1] Sarvina, Y. (2017). 'Pemanfaatan *Software Open Source "R"* untuk Penelitian Agroklimat'. *Informatika Pertanian*, 26(1), pp. 23–30. doi:<https://doi.org/10.35580/variansiunm24>

- [2] Ruchjana, B. N., Khoirunnisa, H., & Suhandi, B. (2020). Perbandingan Penerapan Metode Agglomerative dengan Metode K-Means pada Data Curah Hujan di Wilayah Bogor. *KUBIK: Jurnal Publikasi Ilmiah Matematika*, 5(2), 71-82.
- [3] Mahading, T. S., Resmawan, Yahya, L., & Akolo, I. R. (2020). Metode Spatial Autoregressive dalam Analisis Kerawanan Demam Berdarah Dengue di Kota Gorontalo. *JMPM: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 5(2), 9-19.
- [4] Aulia, I., Chamid, M. S., & Andari, S. (2017). 'Pemodelan Pneumonia pada Balita di Surabaya Menggunakan Spatial Autoregressive Models'. *Jurnal Sains Dan Seni ITS*, 6(1), pp. 89-93. doi:[10.12962/j23373520.v6i1.22437](https://doi.org/10.12962/j23373520.v6i1.22437)
- [5] Ramadeni. (2020). 'Model Spatial Autoregressive (SAR) pada Tingkat Kemiskinan (Studi Kasus : Provinsi Riau)'. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, 6(2), pp. 61-72. doi:<http://dx.doi.org/10.24014/jsms.v6i2.10530>
- [6] Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (1993). *Probability and Statistic for Engineers and Svientists* (D. Lynch, Ed.; 9th ed.). Boston: Pearson.
- [7] Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics: Methods and Models* (Vol. 4). Santa Barbara: Springer Netherlands.
- [8] Sobari, M., Desiyanti, A., Yanti, D., Monika, P., Abdullah, A. S., & Ruchjana, B. N. (2023). Comparison of Spatial Weight Matrices in Spatial Autoregressive Model: Case Study of Intangible Cultural Heritage in Indonesia. *JTAM (Jurnal Teori Dan Aplikasi Matematika)*, 7(1), 244-261.
- [9] Yasin, H., & Saputra, R. (2013). Pemetaan Penyakit Demam Berdarah Dengue dengan Analisis Pola Spasial di Kabupaten Pekalongan. *Media Statistika*, 6(1), 27-36.
- [10] Falah, A. N., Ruchjana, B. N., Abdullah, A. S., & Rejito, J. (2023). The Hybrid Modeling of Spatial Autoregressive Exogenous Using Casetti's Model Approach for the Prediction of Rainfall. *Mathematics*, 11(17), 3783.
- [11] Pratama, A. D., Suparta, I. W., & Ciptawaty, U. (2021). Spatial Autoregressive Model and Spatial Patterns of Poverty in Lampung Province. *Eko-Regional: Jurnal Pembangunan Ekonomi Wilayah*, 16(1).
- [12] Lee, J., & Wong, D. W. S. (2001). *Statistical Analysis with ArcView GIS*. 1st ed. Canada: John Wiley.
- [13] Lutfi, A., Aidid, M. K., & Sudarmin. (2019). 'Identifikasi Autokorelasi Spasial Angka Partisipasi Sekolah di Provinsi Sulawesi Selatan Menggunakan Indeks Moran'. *VARIANSI: Journal of Statistics and Its Application on Teaching and Research*, 1(2), pp. 1-8.
- [14] Ruchjana, B. N., Arianto, A. T., Parmikanti, K., & Suhandi, B. (2021). Peramalan Konsentrasi Particulate Matter 2.5 (PM2. 5) menggunakan Model Vector Autoregressive dengan Metode Maximum Likelihood Estimation. *KUBIK: Jurnal Publikasi Ilmiah Matematika*, 6(1), 1-12.
- [15] Lesage, J. P. (1999). *The Theory and Practice of Spatial Econometrics*. Tersedia di: <http://www.econ.utoledo.edu> (Diakses: 12 September 2022).
- [16] Acquah, H. D. (2013). 'On the Comparison of Akaike Information Criterion and Consistent Akaike Information Criterion in Selection of an Asymmetric Price Relationship: Bootstrap Simulation Results'. *AGRIS On-Line Papers in Economics and Informatics*, 5(1), pp. 3-9.
- [17] Mendez, C. (2020). *Spatial Regression Analysis in R*. Tersedia di: <https://rpubs.com/quarcs-lab/tutorial-spatial-regression> (Diakses: 20 Juni 2023).
- [18] Fitriani, R., & Efendi, A. (2019). *Ekonometrika Spasial Terapan dengan R*. Malang: Tim UB Press.
- [19] <https://geodacenter.github.io/download.html>
- [20] <https://warisanbudaya.kemdikbud.go.id/>