

# Peramalan Kurs Jual Uang Kertas Mata Uang Singapore Dollar (SGD) terhadap Rupiah Menggunakan Model ARFIMA (*Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average*)

Rini Cahyandari dan Rima Erviana

*Juruan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Gunung Djati  
Jl. A H Nasution No. 105 Bandung*

## Abstrak

Model ARFIMA (*Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average*) merupakan pengembangan dari model ARIMA yang pertama kali dikenalkan oleh Granger dan Joyeux (1980). Sedangkan Hosking (1981) memperkenalkan sifat jangka panjang (*long memory*) pada data dengan ciri hasil plot ACF (*Autocorrelation Function*) turun lambat secara hiperbolik dan memiliki nilai Statistik *Hurst* antara  $0.5 < H < 1$ . Model ARFIMA memiliki tiga parameter yaitu  $p$ ,  $d$ , dan  $q$ . Dimana  $p$  adalah parameter *autoregressive*,  $d$  adalah parameter *differencing* dan  $q$  adalah parameter *moving average*. Dimana parameter  $d$  berupa bilangan riil antara  $-0.5 < d < 0.5$  dan dapat dicari mengguakan metode regresi spektral. Penelitian terhadap *kurs* uang kertas mata uang Singapore Dollar terhadap rupiah dilakukan untuk mengetahui hasil estimasi parameter  $d$  dengan menggunakan regresi spektral untuk peramalan menggunakan model ARFIMA dan memperoleh kesimpulan bahwa model tersebut telah memenuhi dan memadai untuk dijadikan model peramalan. Dimana pada tahap identifikasi data memiliki nilai statistik *Hurst* sebesar 0.967 yang menunjukkan  $H > 0.5$  sehingga pola *long memory*. Model terbaik berdasarkan nilai MSE dan AIC terkecil sebesar MSE = 2173.33 dan AIC = -1238.81 yang dihasilkan yaitu pada data *kurs* uang kertas SGD terhadap rupiah dengan ARFIMA (7,  $d=-0.42$ , 7) dengan  $d=-0.42$  menyatakan ARFIMA proses stasioner dengan ACF dan PACF semua negatif menunjukkan turun lambat secara hiperbolik menuju nol dengan *lag* meningkat. Kata kunci: Regresi Spektral, *Long Memory*, ARFIMA

Publikasi Ilmiah Matematika

## Pendahuluan

Pada dasarnya peramalan merupakan dugaan atau perkiraan mengenai terjadinya suatu kejadian diwaktu yang akan datang menurut J. Supranto (1981). Sedangkan menurut Pangestu (1986) peramalan adalah perkiraan mengenai sesuatu yang belum terjadi. Dari definisi di atas penulis dapat menyimpulkan bahwa dengan meramal dapat memperkirakan kejadian diwaktu yang akan datang dengan hasil ramalan sama dengan kenyataan atau tidak. Hal itu dipengaruhi oleh urutan waktu atau yang dikenal dengan *time series* (deret waktu). Observasi yang diamati merupakan barisan bernilai diskrit yang diperoleh pada interval waktu yang sama.

Metode pemodelan *time series* yang telah dikembangkan adalah *Exponential Smoothing*, *Autoregressive* (AR), *Moving Average* (MA), *Autoregressive Moving Average* (ARMA), dan *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA). Untuk memodelkan *time series* jangka panjang, Granger dan Joyeux (1980) telah memperkenalkan model ARFIMA (*Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average*) yang dapat mengatasi kelemahan dari ARIMA. ARIMA hanya menjelaskan *time series* jangka pendek (*short memory*) sedangkan ARFIMA menjelaskan jangka panjang (*long memory*) sifat-sifat tersebut diperkenalkan oleh Hosking (1981). (Gumgum, 2008)

Analisa *time series* jangka panjang telah banyak diterapkan diberbagai bidang ilmu. Dalam bidang ilmu ekonomi, Doornik dan Oom (1999) melakukan penelitian terhadap indeks harga konsumen di

Amerika Serikat dan Inggris menggunakan ARFIMA dengan estimasi parameter metode *Exact Maximum Likelihood* (EML). Menurut Ishida dan Watanabe (2008), melakukan perbandingan beberapa metode pemodelan dan peramalan terhadap indeks Bursa Nikkei Jepang dengan menggunakan model ARFIMA, AR, *Generalized Autoregressive Conditional Heterokedasticity* (GARCH), dan *Heterogen Interval Autoregressive* (HAR). Hasil penelitian tersebut menyatakan bahwa model ARFIMA merupakan model yang paling akurat untuk pemodelan dan peramalan Indeks Bursa Nikkei Jepang.

Untuk mendeteksi adanya *long memory* pada data, dapat dilakukan dengan melihat plot ACF, mencari nilai statistik *hurst* dan dapat juga mencari estimasi parameter  $d$  dengan menggunakan *regresi spektral*.

Metode *regresi spektral* adalah salah satu metode yang paling banyak digunakan dalam penaksiran parameter pembeda dari model ARFIMA  $(p,d,q)$ . Fungsi densitas spektral dari Model ARFIMA  $(p,d,q)$  dibentuk menjadi persamaan *regresi linier* sederhana untuk menaksir parameter  $d$  melalui metode kuadrat terkecil. Metode ini telah menarik perhatian banyak peneliti karena mampu mengatasi kesulitan dalam menurunkan fungsi autokovarian dari fungsi ARFIMA  $(p,d,q)$ . Penaksiran parameter  $d$  menggunakan metode *regresi spektral* dapat dilakukan langsung tanpa mengetahui parameter  $p$  dan  $q$  sebelumnya. Metode ini pertama kali diusulkan oleh Geweke dan Porter-Hudak (1983). Pertama membentuk fungsi densitas spektral menjadi persamaan *regresi linier* dan menaksir parameter  $d$  melalui metode *Ordinary Least Square (OLS)*. (Gumgum, 2008)

Permasalahan ini dalam paper ini dibatasi, yaitu:

- a. Metode penaksir parameter  $d$  menggunakan *regresi spektral*
- b. Uji diagnostik menggunakan uji L-Jung Box dan qqplot
- c. Studi kasus data kurs jual uang kertas mata uang Singapore Dollar (SGD) terhadap Rupiah terhitung mulai tanggal 1 januari 2012 sampai 30 mei 2012 (*insample*) dan 1 mei 2012 sampai 30 mei 2012 (*outsample*)

## Teori

### 1. Time Series Jangka Panjang

Proses ARIMA sering dinyatakan sebagai proses jangka pendek (*short memory*) karena autokorelasi antara  $Z_t$  dan  $Z_{t+k}$  turun secara cepat untuk  $k \rightarrow \infty$ , dalam kasus-kasus tertentu autokorelasi turun lambat secara hiperbolik untuk *lag* yang semakin besar. Hal ini menunjukkan adanya hubungan antara pengamatan yang jauh terpisah atau memiliki ketergantungan jangka panjang. (Liana, 2009)

Misal  $Z_t$  merupakan suatu variabel random,  $Z_t$  dikatakan *strictly stasioner*, jika (Wei, 1994)

1.  $\mu_t = E(Z_t) = \mu$  (mean konstan)
2. Jika  $E(Z_t^2) < \infty$  maka  $\sigma_t^2 = \{Z_t - \mu\} = \sigma^2$  (varians konstan)
3.  $(Z_t, Z_{t+k}) = E\{[Z_t - \mu][Z_{t+k} - \mu]\} = \gamma_k$  untuk setiap  $t$  dan  $k$  adalah bilangan bulat.

Jika data tidak stasioner maka data harus distasionerkan terlebih dahulu yaitu dengan cara pembedaan atau  $(1 - B)^d$ . Pembedaan ini ditulis agar dapat mengatasi korelasi antara  $Z_t$  dan  $Z_{t+k}$ , dengan  $k$  yang cukup besar. Pada data jangka pendek (*short memory*) pembedaan dilakukan dengan  $d$  bernilai bilangan bulat, sedangkan pada data jangka panjang (*long memory*) pembedaan dilakukan dengan  $d$  bernilai bilangan riil.

Penanganan data nonstasioner dengan menggunakan model ARFIMA tidak perlu dilakukan tahap *differencing* atau penyelisihan seperti pada data nonstasioner dengan  $d$  bulat. Karena dengan transformasi  $(1 - B)^d$  pada model ARFIMA dengan nilai  $d$  bernilai riil dapat menangani data nonstasioner. Dengan transformasi ini dapat menangkap ketergantungan jangka panjang sehingga dapat menghilangkan ketidakstasioneran dan dapat menghilangkan trend data.

Keunggulan dari model ARFIMA sendiri yaitu dapat dengan tepat men-*differencing*-kan karena parameter pembedaan berbentuk bilangan pecahan sehingga tidak terjadi kehilangan banyak informasi

seperti pada saat melakukan pembedaan dengan model ARIMA yang mempunyai parameter pembedaan berupa bilangan bulat. Dengan kata lain, langkah terpenting dalam model ARFIMA yaitu *fractional differencing*, yang akan dibahas pada bab selanjutnya. (Liana, 2009)

Fungsi autokorelasi antara  $Z_t$  dengan  $Z_{t+k}$  pada proses ARMA  $Z_t$  yang turun secara cepat atau eksponensial sering dinyatakan proses data jangka pendek (*short memory*). Bila fungsi autokorelasi antara  $Z_t$  dengan  $Z_{t+k}$  turun lambat secara hiperbolik dan lag yang signifikan semakin besar maka dapat diidentifikasi adanya ketergantungan jangka panjang dalam data. Hal ini merupakan ciri dari data jangka panjang (*long memory*). Deret yang dikatakan sebagai proses memiliki data jangka panjang yaitu jika fungsi autokorelasi turun menuju nol dengan sangat lambat sehingga menunjukkan bahwa pengamatan yang jauh terpisah masih saling berhubungan. Untuk fungsi autokovariansi dan autokorelasi dapat dicari seperti berikut, fungsi autokovariansi dari  $Z_t$  adalah (Wilfredo, 2007)

$$\gamma_k = E(Z_t, Z_{t-k}) = \frac{(-1)^k (-2d)!}{(k-d)! (-k-d)!}$$

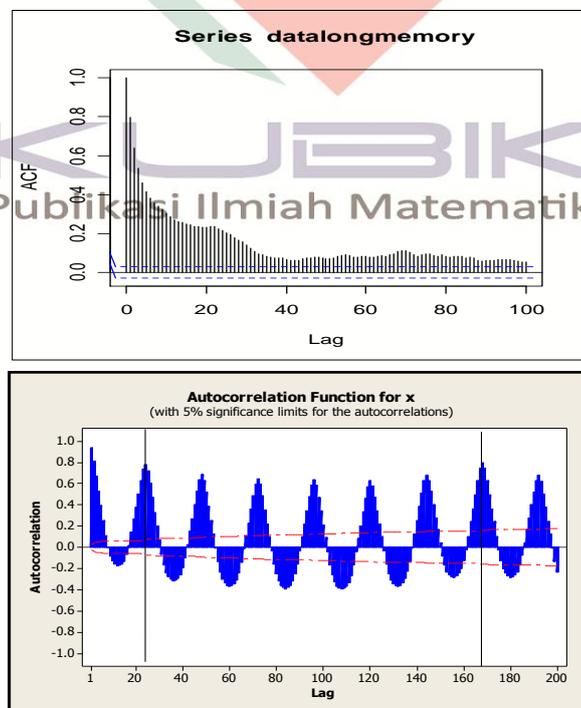
Sehingga fungsi autokorelasi dari  $Z_t$  adalah

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{(-d)! (k+d-1)!}{(d-1)! (k-d)!}, \quad k = 0, 1, \dots$$

Dengan  $\gamma_0 = \frac{(-2d)}{[(-d)]^2}$  serta  $\rho_1 = \frac{d}{1-d}$ ,  $\rho_2 = \frac{d(1+d)}{(1-d)(2-d)}$

*Autocorrelation function* (ACF) dikatakan proses jangka panjang jika  $\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^t |\rho_k|$  tidak konvergen. Fungsi autokorelasi berkala  $Z_t$  dikatakan proses data jangka pendek jika  $\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^t |\rho_k| < \infty$ , dan sebaliknya Fungsi autokorelasi berkala  $Z_t$  dikatakan proses data jangka panjang jika  $\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^t |\rho_k| = \infty$ . (Liana, 2009)

Contoh untuk plot data hiperbolik seperti pada gambar 1.



Gambar 1 Contoh plot ACF Hiperbolik [16]

Contoh plot ACF data di atas mendeteksi adanya *long memory* pada data dengan melihat plot ACF, yang ditunjukkan dengan autokorelasinya turun secara hiperbolik. Selain itu indikasi ketergantungan *long memory* dapat dilihat dari plot periodogram. Bilamana plot periodogram untuk frekuensi yang semakin

mendekati nol meningkat menuju nilai yang sangat besar tetapi berhingga maka dapat dikatakan memiliki ketergantungan *long memory*.

**2. Pengujian Long**

Karakteristik yang harus dipenuhi dalam penelitian ini yaitu hasil plot ACF dapat menunjukkan apakah data memiliki ketergantungan jangka panjang (*long memory*) atau tidak, dengan ciri ACF turun lambat secara hiperbolik dan mencari nilai statistik *Hurts*. Untuk mendeteksi adanya *long memory* pada data menggunakan pencarian nilai statistik *Hurst* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan rata-rata, *Adjusted mean* dan simpangan baku dari data deret waktu dengan persamaan sebagai berikut:

$$\bar{Z} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Z_t$$

$$Z_t^{adj} = Z_t - \bar{Z}$$

$$S_t = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^t (Z_i - \bar{Z})^2}$$

Masing-masing dengan  $t=1, 2, \dots, T$

2. Menentukan deviasi kumulatif dan rentang dari deviasi kumulatifnya.

$$Z_t^* = \sum_{t=1}^T Z_t^{adj}, \quad \text{dengan } t = 1, 2, \dots, T$$

$$R_t = \text{Max}(Z_1^*, Z_2^*, \dots, Z_t^* - \text{Min}(Z_1^*, Z_2^*, \dots, Z_t^*)) \quad \text{dengan } t = 1, 2, \dots, T$$

3. Menentukan nilai *eksponensial hurst* (*H*) melalui statistik *R/S* dari data deret waku.

$$(R/S)_t = c \cdot t^H, \quad \text{dengan } t = 1, 2, \dots, t$$

$$\ln(R/S)_t = c + H \ln t$$

Dengan  $c$  = suatu konstanta

$H$  = *Eksponensial Hurst*

Untuk menaksir nilai  $H$  dilakukan dengan melogaritmakan statistik  $(R/S)$  dan menaksir nilai  $H$  melalui metode *Ordinary Least Square* (OLS) (Wei, 1994)

$$\hat{\beta}_1 = H = \frac{\sum_{j=1}^T (X_j - \bar{X})(Y_j - \bar{Y})}{\sum_{j=1}^T (X_j - \bar{X})^2} \tag{1}$$

Keterangan:

$Y_j = \ln(R/S)_t$

$\hat{\beta}_0 = c$

$\hat{\beta}_1 = H$

$X_j = \ln t$

Jika  $H = 0.5$  menunjukkan data deret waktu bersifat acak

$0 < H < 0.5$  menunjukkan gejala *short memory*

$0.5 < H < 1$  menunjukkan gejala *long memor*

**3. Model ARFIMA**

Model ARFIMA ( $p, d, q$ ) dapat ditulis: (Jan Beran, 1994)

$$\phi(B) \nabla^d Z_t = \theta(B) \alpha_t \quad t = 1, 2, \dots, T \tag{2}$$

Keterangan:

$t$  = indeks dari pengamatan

$d$  = parameter pembeda (bilangan pecahan)

$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$  adalah polynomial AR ( $p$ )

$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$  adalah polynomial MA ( $q$ )

$(1 - B)^d = \nabla^d = \sum_{k=1}^{\infty} \binom{d}{k} (-1)^k B^k$  adalah operator pembedaan pecahan

Untuk  $k = 0$ , diperoleh  $\frac{(-d)!}{(-d-0)!0!} = 1$

Untuk  $k = 1$ , diperoleh  $\frac{(-d)!}{(-d-1)!1!} = -d$

Untuk  $k = 2$ , diperoleh  $\frac{(-d+1)!}{(-d-1)!2!} = \frac{-d(1-d)}{2}$

Untuk  $k = 3$ , diperoleh  $\frac{(-d+2)!}{(-d-1)!3!} = \frac{-d(1-d)(2-d)}{6}$

$$\begin{aligned}\nabla^d &= \binom{d}{0} (-1)^0 B^0 + \binom{d}{1} (-1)^1 B^1 + \binom{d}{2} (-1)^2 B^2 + \\ &= \frac{d!}{0!(d-0)!} B^0 - \frac{d!}{1!(d-1)!} B^1 + \frac{d!}{2!(d-2)!} B^2 + \dots \\ &= 1 - dB + \frac{1}{2}(d-1)dB^2 - \frac{1}{6}(d-2)(d-1)dB^3 + \dots \\ &= 1 - dB - \frac{1}{2}(1-d)dB^2 - \frac{1}{6}(2-d)(1-d)dB^3 + \dots\end{aligned}$$

#### 4. Metode Penaksiran Parameter $d$ Menggunakan Metode Regresi Spektral

Metode *regresi spektral* pertama kali diusulkan oleh Geweke dan Porter-Hudak (1983) dan dimodifikasi oleh Reisen (1994) dengan menggunakan pemulusan periodogram melalui Window Parzen. Kemudian, Robinson (1995) menambahkan Trimming I pada periodogramnya. Hurvich dan Ray (1995) dan Velasco (1999a) menambahkan taper Cosine-Bell pada periodogram, Velasco (1999b) mengganti variabel bebasnya menjadi  $j$  yaitu indeks dari periodogram. (Gumgum, 2008)

Menurut Gumgum (2008) metode *regresi spektral* secara umum merupakan metode penaksir yang paling baik karena metode ini menunjukkan akurasi yang baik pada data yang tidak ada pencilan maupun data yang mengandung pencilan. Langkah pertama yang harus dilakukan yaitu menunjukkan fungsi densitas spektral menjadi persamaan *regresi linear* dan menaksir parameter  $d$  melalui OLS (*ordinary least square*). *Regresi spektral* mendapatkan taksiran parameter  $d$  dari model ARFIMA ( $p, d, q$ ) sebagai berikut: (Putriana, 2011)

a. Menentukan model spektral ARFIMA ( $p, d, q$ )

$$f_w(\omega_j) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \left| \frac{\theta_q(\exp(-i\omega_j))}{\phi_q(\exp(-i\omega_j))} \right|^2 \left\{ 2 \sin\left(\frac{\omega_j}{2}\right) \right\}^{-2d}, \omega_j \in (-\pi, \pi)$$

Model diatas  $f_w(\omega_j) \rightarrow \infty$  jika  $\omega_j \rightarrow 0$  untuk sampel berukuran  $t$  dan  $\omega_j = \frac{2\pi j}{T}, (j = 1, 2, \dots, \frac{T}{2})$

adalah suatu himpunan frekuensi harmonik.

b. Menentukan bentuk logaritma natural dari model ARFIMA ( $p, d, q$ )

$$\begin{aligned}\ln\{f_w(\omega_j)\} &= d \ln|1 - \exp(-i\omega_j)|^{-2} + \ln f_w(\omega_j) \\ &= f_w(0) + d \ln|1 - \exp(-i\omega_j)|^{-2} + \ln\left(\frac{f_w(\omega_j)}{f_w(0)}\right)\end{aligned}$$

Dengan mengganti  $\omega_j = \frac{2\pi j}{T}, j = 1, 2, \dots, [T/2]$

c. Menambahkan bentuk logaritma natural dari periodogram

$\{Z_t\} \ln I_Z(\omega_j)$  pada kedua sisi persamaan pada poin b.

$$\ln\{I_Z(\omega_j)\} = \ln\{f_w(0)\} + d \ln|1 - \exp(-i\omega_j)|^2 + \ln\left(\frac{f_w(\omega_j)}{f_w(0)}\right) + \ln\left(\frac{I_Z(\omega_j)}{I_Z(\omega_j)}\right)$$

Dengan:

$$I_Z(\omega_j) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \gamma_0 + 2 \sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t \cos(t \cdot \omega_j) \right\}$$

$$\omega_j \in (-\pi, \pi)$$

Jika  $m < (T/2)$  dengan  $m$  adalah bandwiche optimal dari *regresi spektral*, maka  $\omega_j$  mendeteksi nol. Dan jika  $m/T \rightarrow 0, T \rightarrow \infty$  maka  $\ln\left(\frac{f_w(\omega_j)}{f_w(0)}\right) \approx 0$ , dengan  $\gamma_t$  nilai autokovarian dari lag ke- $t$ .

d. Menaksir parameter pembeda  $d$

Menurut Geweke Porter Hundak dapat didekati dengan persamaan *regresi linear* sebagai berikut:

$$Y_j = \beta_0 + \beta_1 X_j + \alpha_j, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Parameter  $d$  dapat ditaksir melalui persamaan:

$$\widehat{\beta}_1 = \hat{d} = \frac{\sum_{j=1}^m (X_j - \bar{X})(Y_j - \bar{Y})}{\sum_{j=1}^m (X_j - \bar{X})^2} \tag{3}$$

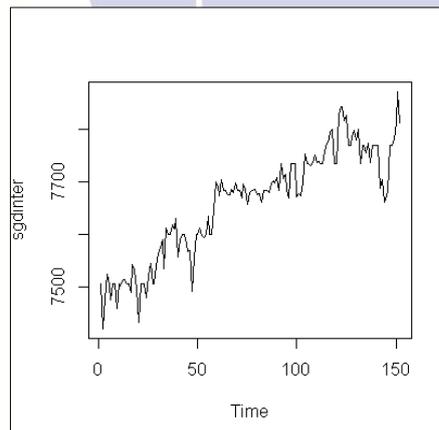
Dengan :

$$\begin{aligned} \widehat{\beta}_1 &= \ln f_w(0) \\ Y_j &= \ln I_Z(\omega_j) \\ X_j &= \ln|1 - \exp(-i\omega_j)|^{-2} \\ X_j &= \ln\left(\frac{1}{|1 - \exp(-i\omega_j)|^2}\right) \\ &= \ln\left(|e^{-i\omega_j/2}(e^{i\omega_j/2}(e^{i\omega_j/2} - e^{-i\omega_j/2})|^{-2}\right) \\ &= \ln\left(\frac{1}{4 \sin^2(\omega_j/2)}\right) \end{aligned}$$

**Analisis dan Pembahasan**

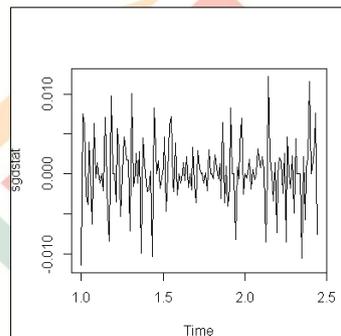
Data yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder. Data pada penelitian ini merupakan data *time series*, yaitu data *kurs* jual uang kertas mata uang asing terhadap rupiah yang diambil dari Bank Indonesia. Data yang sudah terkumpul dibagi menjadi dua yaitu data *in-sample* dan data *out-sample*. Data *in sample* digunakan untuk membentuk model sesuai dengan metode yang dibandingkan. Model-model tersebut digunakan untuk meramalkan pergerakan ke depan sebanyak jumlah data *out sample*. Hasil ramalan dibandingkan dengan data sebenarnya dari data *out sample*. Data *out sample* hanya digunakan untuk menguji seberapa bagus model yang dibangun.

Data merupakan data harian kurs jual uang kertas Singapore Dollar terhadap Rupiah yang masing-masing berjumlah 152 data (*in-sample*), terhitung dari mulai 1 Januari 2012 sampai 31 Mei 2012 dan 30 data (*out-sample*) terhitung dari mulai 1 Juni 2012 sampai 30 Juni 2012. Berikut hasil plot data:



**Gambar 22** Plot Data *Kurs* jual uang kertas pada mata uang SGD terhadap Rupiah

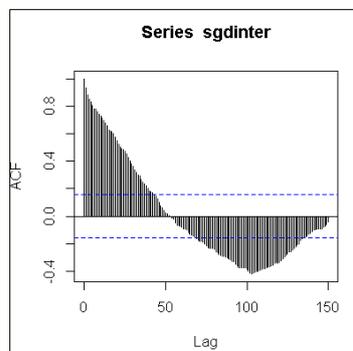
Dari hasil plot setiap data di atas, plot data menunjukkan trend naik dan untuk hasil dimana menandakan data tidak stasioner terhadap mean dan variansi. Dengan mean sebesar 7658.69 dan variansi sebesar 10667.53. Dengan melihat nilai variansi yang sangat tinggi, maka data dinyatakan tidak stasioner dalam mean dan variansi. Dengan begitu data harus distasionerkan agar memenuhi asumsi model ARFIMA yaitu dengan melakukan transformasi dan *differencing* data.



**Gambar 3** Plot data SGD yang telah ditransformasi dan *differencing*

### Identifikasi *Long Memory*

Selanjutnya data harus memenuhi asumsi yaitu memiliki data jangka panjang (*long memory*). Oleh karena itu, maka akan dilakukan pengujian *long memory* dengan dua cara. Yang pertama yaitu dengan melihat plot ACF-nya. Jika plot ACF data hiperbolik (turun secara lambat) maka data dapat dikatakan *long memory*.



**Gambar 4** Plot ACF data asli mata uang SGD

Dari hasil plot ACF setiap mata uang menunjukkan fungsi autokorelasi turun secara lambat mengidentifikasi adanya ketergantungan jangka panjang atau disebut data hiperbolik. Itu artinya bahwa data telah memenuhi asumsi *long memory*. Yang kedua yaitu melakukan perhitungan statistik Hurst yaitu

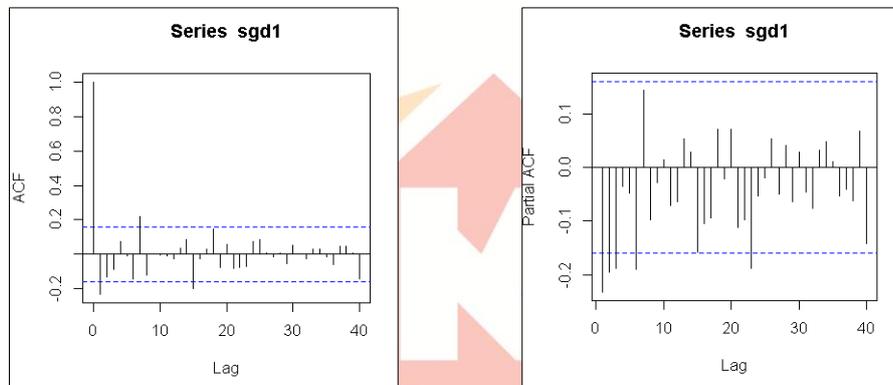
sebesar 0.967. Dengan demikian dapat dianalisis bahwa semua data *kurs* jual uang kertas asing memiliki sifat *long memory* karena memiliki nilai  $H$  antara  $0.5 < H < 1$ . Selanjutnya data dapat dilanjutkan ke dalam tahap berikutnya dengan menggunakan data stasioner untuk membangun model.

**Estimasi Parameter  $d$**

Dengan menggunakan metode *regresi spektral* didapat  $d$  sebesar -0.42. Dengan demikian dapat dianalisa bahwa nilai  $d$  pada menunjukkan nilai yang terletak antara  $-\frac{1}{2} < d < 0$  menyatakan proses ARFIMA  $Z_t$  merupakan proses stasioner dengan fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial  $Z_t$  semuanya negatif yang kelambatan monoton dan hiperbolik menuju nol dengan *lag* meningkat.

**Estimasi Parameter  $\phi$  dan  $\theta$**

Untuk menaksir parameter  $\phi$  dan  $\theta$  maka dapat diketahui melalui parameter  $p$  dan  $q$ . Hal pertama yang dilakukan yaitu membuat plot ACF dan PACF untuk memperkirakan parameter  $p$  dan  $q$ . Dari hasil plot ACF dan PACF maka diperoleh persamaan model.



**Gambar 5** Plot ACF dan PACF data stasioner mata uang SGD

Grafik ACF *cut off* pada lag ke-2 dan ke -7

Grafik PACF *cut off* pada lag ke-2 dan ke-7

Melalui plot ACF dan PACF di atas maka model yang mungkin untuk data SGD (*Singapore Dollar*) yaitu: ARFIMA (2,  $d$ , 2) dengan  $d=-0.42$  dan ARFIMA (7,  $d$ , 7) dengan  $d=-0.42$

**Uji Diagnostik**

Pengujian	Statistik Uji	Model ARFIMA (2, $d=-0.42$ , 2)	Model ARFIMA (7, $d=-0.42$ , 7)	Hasil	Kesimpulan
Uji signifikansi Parameter $d$	t-hitung	2.265	2.265	$p\text{-value} > \alpha$ (2.265 > -1.98)	Signifikan
Uji asumsi white noise	$p\text{-value}$	0.9912	0.8708	$p\text{-value} > \alpha$ (0.8708 > 0.05)	Signifikan
Uji distribusi normal	qqplot	Medekati garis linier	Medekati garis linier		Signifikan

Dengan melihat tabel signifikansi maka model ARFIMA dinyatakan signifikan untuk model Model ARFIMA (2,  $d=-0.42$ , 2)

Pemilihan Model Terbaik

Model ARFIMA	MSE	AIC
Model ARFIMA (2, d=-0.42, 2)	2177.93	-1237.47
Model ARFIMA (7, d=-0.42, 7)	2173.33	-1238.81

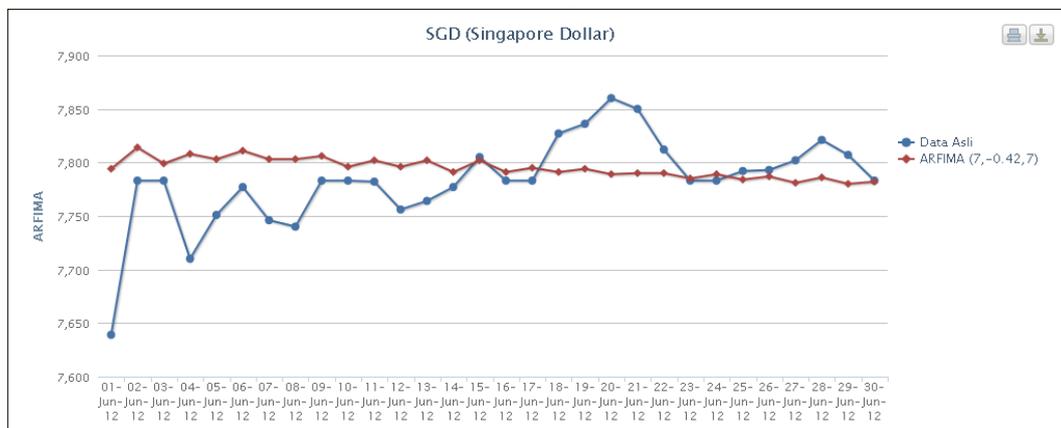
Dengan melihat nilai MSE dan AIC paling terkecil maka model terbaik adalah model ARFIMA (7, d=-0.42, 7).

Kesimpulan

Melalui persamaan Model yang didapat dari ARFIMA (7, d = -0.42, 7) yaitu:

$$\begin{aligned}
 &(1 - (-0.2267)B - (-0.1641)B^2 - (-0.2075)B^3 - (-0.1661)B^4 - (-0.1596)B^5 - (0.1662)B^6 \\
 &\quad - (0.5429)B^7)(1 - B)^{-0.42}Z_t \\
 &= (1 - (-0.1216)B - (-0.1114)B^2 - (0.0116)B^3 - (0.1629)B^4 - (0.0141)B^5 \\
 &\quad - (-0.5310)B^6 - (-0.4246)B^7)\alpha_t
 \end{aligned}$$

maka didapat hasil ramalan model ARFIMA pada data SGD (Singapore Dollar) dapat dilihat pada lampiran I. Berikut adalah hasil ramalan model terbaik ARFIMA (7, d = - 0.42, 7)



Gambar 6 Plot hasil Ramalan SGD  
Publikasi Ilmiah Matematika

Referensi

- [1] Beran. Jan, *Statistic for Long-Memory Processes*, Departement of Economics and Statistics University of Konstanz, Germany, 1994.
- [2] Crawley. Michael. J, *Statistics An Introduction Using R*, British Library Cataloguing in Publication Data, London, 2005.
- [3] Darmawan. Gumgum, *Pemodelan ARFIMA Nonstasioner melalui Metode Modifikasi GPH*, Universitas Padjadjaran, 2010.
- [4] Darmawan. Gumgum, dkk, *Perbandingan Akurasi Penaksiran Pembeda pada Model ARFIMA melalui Metode Regresi spektral*, ITS, Surabaya, 2008.
- [5] Darmawan. Gumgum, *Perbandingan Metode pada Peramalan ARFIMA*, Universitas Padjadjaran, 2008.
- [6] Darmawan. Gumgum, Suhartono, *Perbandingan Model Pada DataDeret Waktu Pemakaian Listrik Jangka Pendek yang Mengandung Pola Musiman Ganda*, dipersentasikan pada *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, Universitas Padjadjaran, 2010.
- [7] ([http://repository.unpad.ac.id/bitstream/handle/123456789/283/perbandingan\\_model\\_pada\\_data\\_deret\\_waktu.pdf?sequence=1](http://repository.unpad.ac.id/bitstream/handle/123456789/283/perbandingan_model_pada_data_deret_waktu.pdf?sequence=1))
- [8] Makridakis. Spyros, *Metode dan Aplikasi Peramalan*, Jakarta, Penerbit Erlangga, 1992.

- [9] Murray. R. Siege, Ph.D. Larry J. Stephens, *Teori dan Soal-Soal Statistik*, Penerbit Erlangga, 2004.
- [10] Ningrum. Kusuma. Liana, *Penerapan Model Autoregressive Fractionally Integreted Moving Average (ARFIMA) dalam Peramalan Suku Bunga Sertifikat Bang Indonesia (SBI)*, Skripsi Program Sarjana Universitas Sebelas Maret, Surakarta, 2009.
- [11] ([http://digilib.uns.ac.id/pengguna.php?mn=detail&d\\_id=12703](http://digilib.uns.ac.id/pengguna.php?mn=detail&d_id=12703))
- [12] Palma. Wilfredo, *Long-Memory Time Series Theory and Method*, A John Willey and Sons, Inc. Publication, Pontificia Universidad Catolica de Chile, 2007.
- [13] Prasitia. Annisa.Hamum, dkk, *Long Memory Pada Data Nilai Tukar Rupiah Terhadap Dolar Amerika Serikat(USD)*, Institut Teknologi Surabaya, 2010.
- [14] (<http://digilib.its.ac.id/public/ITS-Undergraduate-10926-long-memory-pada-data-nilai-tukar-rupiah-terhadap-dollar-amerika-serikat-usd.pdf>)
- [15] Putriana, *Meramalkan Penjualan Teh Botol di Kantor Penjualan Rancaekek dengan menggunakan Model ARFIMA*, Skripsi Pogram Sarjana Universitas Padjajaran, Jatinangor, 2011.
- [16] Sittu, I, Olanrewaju, Yaya. Simon. Olaoluwa, Measuring Forecast Performance of ARMA and ARFIMA Models: An Application to US Dollar/UK Pound Foreign Exchange Rate,*European Journal of Scientific Research*, **32 (2)**, 167-176, 2009.
- [17] ([http://www.eurojournals.com/ejsr\\_32\\_2\\_04.pdf](http://www.eurojournals.com/ejsr_32_2_04.pdf))
- [18] Suhartono, *Analisis Data Statistik dengan R*, ITS, Surabaya, 2008.
- [19] W. S. Wei, *Time Series Analisis Univariate and Multivariate Method*, Addison Wesley Publishing Company Inc, United Statet of Amerika, 1994.
- [20] [www.scribd.com/doc/76709392/ukuran-pemusatan](http://www.scribd.com/doc/76709392/ukuran-pemusatan), diakses tanggal 29 juni 2012 Pukul 24.34 WIB
- [21] [http://www.thecromwellworkshop.com/TCW\\_App/Data/Sites/1/r\\_scripts/R\\_Fractal\\_Script\\_2\\_May\\_27.txt](http://www.thecromwellworkshop.com/TCW_App/Data/Sites/1/r_scripts/R_Fractal_Script_2_May_27.txt), diakses tanggal 07 juli 2012 Pukul 15.58 WIB.
- [22] <http://www.bi.go.id/web/id/Moneter/Kurs+Bank+Indonesia/Kurs+Uang+Kertas+Asing/>, diakses tanggal 1April 2012