

Metode *Munich Chain Ladder* Dalam Menghitung Cadangan Klaim

Berliana Permata Firenz^{1, *)}, Dina Agustina¹⁾

¹Universitas Negeri Padang

^{*)}email: berlianapematafirenz03@gmail.com

Abstrak

Asuransi adalah produk keuangan yang memberikan perlindungan terhadap potensi kerugian keuangan dengan cara memindahkan risiko kerugian keuangan dari individu ke perusahaan asuransi. Pada asuransi terdapat istilah cadangan klaim, yaitu dana yang harus disiapkan oleh perusahaan asuransi di masa mendatang untuk menyelesaikan pembayaran klaim yang telah terjadi. Umumnya, dalam menentukan besarnya cadangan klaim, perusahaan asuransi menggunakan metode *Chain Ladder*. Pada penelitian ini digunakan modifikasi dari metode *Chain Ladder*, yaitu metode *Munich Chain Ladder*. Metode ini membantu perusahaan asuransi mengestimasi bagaimana klaim akan berkembang seiring waktu, sehingga mereka dapat menyiapkan cadangan yang tepat. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui tahapan perhitungan cadangan klaim serta mengetahui hasil selisih estimasi cadangan klaim yang dibayarkan dan klaim yang ditanggung pada studi kasus asuransi kendaraan bermotor di perusahaan asuransi X menggunakan metode *Chain Ladder* dan metode *Munich Chain Ladder*. Berdasarkan hasil perhitungan menggunakan *Chain Ladder* diperoleh gap sebesar Rp 26.034.501.350, sedangkan menggunakan *Munich Chain Ladder* diperoleh gap sebesar Rp 21.567.539.369. Oleh karena itu, metode *Munich Chain Ladder* terbukti lebih efisien dalam memproyeksikan cadangan klaim, karena memungkinkan perusahaan asuransi untuk mengalokasikan dana cadangan klaim yang lebih kecil, sehingga sisa dana dapat dialokasikan untuk tujuan lain.

Kata kunci: Asuransi, Cadangan Klaim, Chain Ladder, Munich Chain Ladder
MSC 2020: 97M30

Abstract

Insurance is a financial product that provides protection against potential financial losses by transferring the risk of financial loss from individuals to an insurance company. In insurance, there is a term called claim reserves, which is a fund that insurance companies must set aside for future use to settle claims that have occurred. Typically, insurance companies use the Chain Ladder method to determine the amount of claim reserves. In this study, a modification of the Chain Ladder method, namely the Munich Chain Ladder method, was used. This method helps insurance companies estimate how claims will develop over time, allowing them to prepare adequate reserves. This research aims to determine the stages of calculating claim reserves and to understand the results of the difference between estimated claim reserves paid and the claims covered using a case study on motor vehicle

**)* Corresponding Author

Diterima: 15-01-2024, Disetujui: 08-11-2024, Diterbitkan: 10-11-2024

insurance at an Insurance Company X. The study will utilize both the Chain Ladder method and the Munich Chain Ladder method. Based on the calculations using the Chain Ladder Method, the discrepancy amounts to IDR 26,034,501,350, while using the Munich Chain Ladder Method, the discrepancy amounts to IDR 21,567,539,369. Therefore, the Munich Chain Ladder method has proven to be more efficient in projecting claim reserves, as it allows insurance companies to allocate smaller claim reserve funds, thereby enabling the remaining funds to be allocated for other purposes.

*Keywords: Insurance, Claim Reserve, Chain Ladder, Munich Chain Ladder
MSC 2020: 97M30*

Format sitasi: B. P. Firenz, dan D. Agustina, "Judul Artikel", *KUBIK J. Publ. Ilm. Mat.*, Vol. 9, No. 1, pp. 1-9, 2024.

Pendahuluan

Menurut UU Nomor 40 Tahun 2014 tentang Usaha Perasuransian Bab 1 Pasal 1, Asuransi adalah perjanjian antara dua pihak, yaitu perusahaan asuransi dan pemegang polis, yang menjadi dasar bagi penerimaan premi oleh perusahaan asuransi sebagai imbalan untuk memberikan penggantian kepada tertanggung atau pemegang polis karena kerugian, kerusakan, biaya yang timbul, kehilangan keuntungan, atau tanggung jawab hukum kepada pihak ketiga yang mungkin diderita tertanggung atau pemegang polis karena terjadinya suatu peristiwa yang tidak pasti atau memberikan pembayaran yang didasarkan pada meninggalnya tertanggung atau pembayaran yang didasarkan pada hidupnya tertanggung dengan manfaat yang besarnya telah ditetapkan dan/atau didasarkan pada hasil pengelolaan dana [1] .

Asuransi bertujuan untuk mengalihkan risiko yang mengancam harta kekayaan atau jiwa dari pihak tertanggung. Dengan membayar sejumlah premi kepada perusahaan asuransi (penanggung), sejak itu pula risiko beralih kepada pihak penanggung. Apabila suatu saat terjadi peristiwa yang menimbulkan kerugian (risiko berubah menjadi kerugian), maka pihak penanggung atau perusahaan asuransi akan membayarkan ganti rugi kepada pihak tertanggung setelah diajukannya klaim oleh pihak tertanggung [2],[3].

Klaim asuransi adalah sebuah permintaan resmi kepada perusahaan asuransi, untuk meminta pembayaran berdasarkan ketentuan polis asuransi. Menurut pasal 246 kitab KUHD, klaim asuransi adalah tuntutan dari pihak tertanggung sehubungan dengan adanya kontrak perjanjian antara perusahaan asuransi dengan pihak tertanggung yang masing-masing pihak mengikatkan diri untuk menjamin pembayaran ganti rugi oleh penanggung jika pembayaran premi asuransi telah dilakukan oleh pihak tertanggung, ketika terjadi musibah yang diderita oleh pihak tertanggung [4],[5]. Oleh karena itu, perusahaan asuransi diwajibkan untuk memiliki dana yang dapat digunakan untuk menutupi biaya yang timbul dari klaim yang diajukan oleh nasabah atau pihak tertanggung di masa mendatang yang disebut cadangan klaim [6]. Tujuan dari cadangan klaim adalah untuk memastikan perusahaan asuransi dapat beroperasi dengan lancar sesuai dengan aturan yang ditetapkan [7].

Perusahaan asuransi perlu mempersiapkan cadangan klaim sebagai prediksi besaran klaim yang akan terjadi di masa depan untuk mencegah terjadinya kegagalan pembayaran hingga kebangkrutan[8]. Selain itu, cadangan klaim juga berguna untuk meningkatkan kepercayaan pemegang polis kepada perusahaan untuk dapat mengganti kerugian atau mengembalikan keadaan keuangan pemegang polis seperti semula sebelum terjadinya kerugian [9]. Jumlah cadangan klaim yang dibutuhkan akan tergantung pada jenis produk asuransi yang ditawarkan dan risiko yang terkait

dengan produk tersebut. Kewajiban klaim perusahaan asuransi bervariasi tergantung pada jenis polis seperti klaim kematian, klaim atas polis, klaim jatuh tempo, klaim cacat, dan lainnya. Secara umum proses pengelolaan klaim terdiri dari tiga aspek penting: penyelesaian klaim, mendeteksi penipuan, menurunkan biaya dan menghindari litigasi [10].

Terdapat dua pendekatan berbeda untuk menentukan prediksi besarnya cadangan klaim, yaitu metode stokastik dan metode deterministik. Metode stokastik terdiri dari *frequentist* dan *Bayesian* sedangkan metode deterministik terdiri dari metode *Chain Ladder* dan metode *Bornhuetter Ferguson* [11]. Pada penelitian ini akan berfokus pada Metode *Chain Ladder* untuk mengestimasi nilai cadangan klaim. Beberapa perusahaan asuransi menggunakan Microsoft Excel dan ada juga yang menggunakan Python untuk memprediksikan nilai cadangan klaim [12]. Prediksi cadangan klaim untuk sebuah portofolio biasanya dihitung berdasarkan run-off triangle dari klaim yang dibayarkan dan klaim yang terjadi (jumlah klaim dibayarkan ditambah cadangan klaim). Seringkali, masalah muncul ketika proyeksi berdasarkan klaim yang dibayarkan jauh berbeda dengan proyeksi berdasarkan klaim yang terjadi. Bahkan lebih buruk, klaim yang dibayarkan dapat menghasilkan proyeksi klaim akhir yang lebih tinggi daripada klaim yang terjadi pada satu tahun kecelakaan, tetapi pada tahun kecelakaan berikutnya, situasinya dapat berbalik sepenuhnya, dengan klaim yang terjadi menghasilkan proyeksi kerugian akhir yang lebih tinggi.

Sebagai solusi permasalahan tersebut, dibuat sebuah metode baru bernama *Munich Chain Ladder* yang merupakan pengembangan dari metode *Chain Ladder*. Metode ini dapat mengurangi jarak seminimal mungkin antara kerugian yang dibayarkan dan kerugian yang terjadi [6]. Metode ini memberikan gambaran yang lebih spesifik dalam menentukan cadangan klaim. Metode *Munich Chain Ladder* menunjukkan bahwa antara data *paid claims* dan *incurred claims* hampir selalu ada korelasi, yang mana metode *Munich Chain Ladder* menghasilkan proyeksi yang baik saat memenuhi kriteria bernilai antara 0 dan 1 [13].

Terdapat penelitian mengenai metode *Chain Ladder* dan *Munich Chain Ladder* telah dilakukan, salah satunya oleh [14] dengan judul “Estimasi Cadangan Klaim pada Asuransi Umum dengan Metode *Chain Ladder*”. Data yang digunakan dalam penelitian ini berasal dari sumber artikel yang ditulis oleh Weindorfner pada tahun 2012. Data tersebut mencakup periode tahun 2005-2012, dengan tahun perkembangan 8 tahun. Didapatkan kesimpulan bahwa hasil estimasi cadangan klaim dengan menggunakan metode *Chain Ladder* yaitu sebesar USD 20.109,82 dan hasil tersebut berfungsi sebagai patokan dalam penetapan cadangan klaim pada laporan keuangan perusahaan asuransi umum untuk tahun 2013.

Kemudian, terdapat penelitian mengenai metode *Munich Chain Ladder* yang dilakukan oleh [6] dengan judul “Proyeksi Cadangan Klaim dengan Metode *Munich Chain Ladder*”. Penelitian tersebut menjelaskan penerapan metode *Munich Chain Ladder* dalam menghitung estimasi cadangan klaim serta membandingkan hasilnya dengan menggunakan metode *Chain Ladder*. Kesimpulan dari penelitian tersebut adalah metode *Munich Chain Ladder* lebih baik dalam mengurangi kesenjangan antara estimasi cadangan klaim yang dibayarkan dan klaim yang terjadi.

Berdasarkan beberapa penelitian sebelumnya, pada penelitian ini dipilih metode *Munich Chain Ladder* untuk menghitung estimasi cadangan klaim pada suatu perusahaan asuransi. Karena cadangan klaim penting untuk memastikan keberlanjutan dan stabilitas perusahaan asuransi dan tidak sedikit perusahaan asuransi yang mengalami kerugian yang disebabkan karena perusahaan tersebut tidak tepat dalam mengatur cadangan klaimnya. Dalam penelitian ini, dilakukan estimasi cadangan klaim pada studi kasus asuransi kendaraan bermotor di perusahaan asuransi X menggunakan metode *Chain*

Ladder dan *Munich Chain Ladder*, yang kemudian akan didapatkan perbandingan cadangan klaim antara metode *Chain Ladder* dan *Munich Chain Ladder*.

Metode

Penelitian yang dilakukan merupakan penelitian dasar atau teoritis dengan cara mengumpulkan data yang berasal dari buku, jurnal, literatur, dan sumber-sumber lain yang dapat diperoleh dari internet. Adapun langkah-langkah yang akan dilakukan dalam menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menghitung estimasi nilai faktor perkembangan yaitu angka yang menunjukkan seberapa besar pertumbuhan nilai dari waktu ke waktu. Selain itu hitung juga parameter σ untuk data *paid claims* dan *incurred claims* menggunakan metode *Chain Ladder*.
2. Melengkapi *run-off triangle* menjadi bentuk persegi untuk *paid claims* dan *incurred claims*.
3. Estimasi cadangan klaim per tahun kejadian untuk data *paid claims* dan *incurred claim*.
4. Menghitung estimasi nilai faktor perkembangan dan parameter σ untuk data *paid claims* dan *incurred claims* menggunakan metode *Munich Chain Ladder*.
5. Estimasi nilai Q atau rasio (P/I) untuk data *incurred claims* dan nilai Q^{-1} atau rasio (I/P) untuk data *paid claims*.
6. Estimasi nilai harapan bersyarat serta parameter ρ .
7. Estimasi nilai residual parameter.
8. Estimasi nilai parameter korelasi λ^P dan λ^I .
9. Menghitung faktor pengali untuk *paid claims* dan *incurred claims*.
10. Melengkapi *run-off triangle* menjadi bentuk persegi untuk *paid claims* dan *incurred claims*.
11. Estimasi cadangan klaim per tahun kejadian untuk data *paid claims* dan *incurred claims*.
12. Membandingkan kesenjangan hasil estimasi cadangan *paid claims* dan *incurred claims* antara *Chain Ladder* dan *Munich Chain Ladder*.

Run-off Triangle

Run-off triangle data sering digunakan sebagai dasar untuk menaksir cadangan klaim dari suatu perusahaan asuransi. *Run-off triangle* data memuat informasi mengenai klaim masa lalu dalam bentuk besarnya klaim asuransi, yang berisi data klaim yang dibayar (*paid claims*) dan klaim yang ditanggung (*incurred claims*). *Paid claims* data adalah data klaim yang sudah dibayarkan oleh perusahaan asuransi, sedangkan *incurred claims* data adalah klaim yang sudah dibayarkan ditambah dengan *case reserve*. *Case reserve* merupakan cadangan klaim yang belum terselesaikan atau klaim yang masih terutang [13].

Run-off triangle berisi periode kejadian (*accident year*), periode perkembangan (*development year*), dan besarnya pembayaran klaim. Periode kejadian adalah suatu periode ketika terjadi resiko pada seseorang pemegang polis yang mengakibatkan klaim. Periode perkembangan adalah suatu periode ketika klaim tersebut telah dibayarkan oleh perusahaan asuransi kepada pemegang polis. Periode kejadian (*accident year*) ditempatkan dalam baris yang dilambangkan dengan index i , dan periode perkembangan (*development year*) sebagai kolom yang dilambangkan dengan index s [15][16].

Tabel 1. Run-off Triangle untuk Paid Claims

Accident Year (i)	Development Year (s)						
	1	2	...	s	...	n-1	n
1	$P_{1,1}$	$P_{1,2}$...	$P_{1,s}$...	$P_{1,n-1}$	$P_{1,n}$
2	$P_{2,1}$	$P_{2,2}$...	$P_{2,s}$...	$P_{2,n-1}$	
...		
i	$P_{i,1}$	$P_{i,2}$...	$P_{i,s}$			
...				
n-1	$P_{n-1,1}$	$P_{n-1,2}$					
n	$P_{n,1}$						

Pada Tabel 1, dapat dilihat $P_{i,s}$ adalah suatu peubah acak yang menunjukkan besarnya klaim yang dibayarkan (*paid claims*) pada periode kejadian i dan dibayarkan pada periode perkembangan s , dimana $1 \leq i \leq n$ dan $1 \leq s \leq n$.

Tabel 2. Run-off Triangle untuk Incurred Claims

Accident Year (i)	Development Year (s)						
	1	2	...	s	...	n-1	n
1	$I_{1,1}$	$I_{1,2}$...	$I_{1,s}$...	$I_{1,n-1}$	$I_{1,n}$
2	$I_{2,1}$	$I_{2,2}$...	$I_{2,s}$...	$I_{2,n-1}$	
...		
i	$I_{i,1}$	$I_{i,2}$...	$I_{i,s}$			
...				
n-1	$I_{n-1,1}$	$I_{n-1,2}$					
n	$I_{n,1}$						

Pada Tabel 2, dapat dilihat $I_{i,s}$ adalah suatu peubah acak yang menunjukkan besarnya klaim yang ditanggung (*incurred claims*) pada periode kejadian i dan dibayarkan pada periode perkembangan s .

Chain Ladder

Menggunakan notasi pada run-off triangle, dimana $P_{i,t}$ menyatakan klaim yang dibayarkan dan $I_{i,t}$ menyatakan klaim yang ditanggung untuk periode kejadian i dengan periode perkembangan t , maka untuk mencari estimasi cadangan klaim menggunakan metode *Chain Ladder* adalah

$$E(P_{i,t} | P_{i,1}, P_{i,2}, \dots, P_{i,s}) = f_{s \rightarrow t}^P \cdot P_{i,s}$$

dengan *paid claims* analog dengan *incurred claims*, untuk $1 \leq i \leq n$ dan $1 \leq s \leq n - 1$.

Terdapat faktor perkembangan yang merupakan perbandingan atau rasio antara klaim yang dibayarkan setiap periode kejadian i pada periode perkembangan ke- t dengan periode perkembangan s , yang didefinisikan sebagai

$$f_{s \rightarrow t}^P = \frac{\sum_{i=1}^{n-s} P_{i,t}}{\sum_{i=1}^{n-s} P_{i,s}} \tag{1}$$

Kemudian terdapat parameter $\sigma_{s \rightarrow t}^P$ dan $\sigma_{s \rightarrow t}^I$, yang didapatkan dari

$$var(P_{i,t} | P_i(s)) = (\sigma_{s \rightarrow t}^P)^2 \cdot P_{i,s} \tag{2}$$

Faktor perkembangan kemudian diterapkan untuk melengkapi *run-off triangle* menjadi bentuk persegi, dengan menggunakan persamaan

$$\hat{P}_{i,s} = f_{s \rightarrow t}^P \cdot P_{i,s-1} \quad (3)$$

Estimasi cadangan klaim per tahun kejadian untuk data klaim yang dibayarkan (*paid claims*) dapat dihitung sebagai:

$$\hat{R}_i^{CL} = \hat{P}_{i,s} - P_{i,n-i+1} \quad (4)$$

Sedangkan, estimasi cadangan klaim per tahun kejadian untuk data klaim yang ditanggung (*incurred claims*) dapat dihitung sebagai:

$$\hat{R}_i^{CL} = \hat{I}_{i,s} - P_{i,n-i+1} \quad (5)$$

Estimasi total cadangan klaim dapat dihitung dengan persamaan:

$$\hat{R}^{CL} = \sum_{i=2}^n \hat{R}_i^{CL} \quad (6)$$

Munich Chain Ladder

Ide dalam model *Munich Chain Ladder* yang diusulkan oleh Quarg dan Mack [17] adalah menggabungkan informasi yang berasal dari klaim yang dibayarkan (*paid claims*) dan klaim yang ditanggung (*incurred claims*). Hal ini dilakukan dengan menggunakan rasio *P/I* sebagai Q_i dan rasio *I/P* sebagai Q_i^{-1} , yaitu

$$Q_i = \frac{P_i}{I_i} = \left(\frac{P_{i,t}}{I_{i,t}} \right)_{t \in T} \quad (7)$$

$$Q_i^{-1} = \frac{I_i}{P_i} = \left(\frac{I_{i,t}}{P_{i,t}} \right)_{t \in T} \quad (8)$$

[18].

Asumsi nilai harapan bersyarat dari rasio *P/I* mengacu pada $E(Q_{i,s} | \mathcal{J}_i(s))$ untuk $s = 1, 2, \dots, n$, dengan estimator sebagai berikut:

$$\hat{q}_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-s+1} I_{i,s}} \sum_{i=1}^{n-s+1} I_{i,s} \cdot Q_{i,s} = \sum_{i=1}^{n-s+1} \frac{P_{i,s}}{I_{i,s}} \quad (9)$$

berlaku sama untuk setiap tahun kejadian. Asumsi variansi bersyarat untuk rasio *P/I* dinotasikan $\sigma(Q_{i,s} | \mathcal{J}_i(s))$ memiliki estimator sebagai berikut:

$$\sigma(Q_{i,s} | \mathcal{J}_i(s)) = \frac{\hat{\rho}_s^I}{\sqrt{I_{i,s}}} \quad (10)$$

dengan

$$\hat{\rho}_s^{I^2} = \frac{1}{n-s} \sum_{i=1}^{n-s+1} I_{i,s} \cdot (Q_{i,s} - \hat{q}_s)^2 \quad (11)$$

$\hat{\rho}_s^I$ saling bebas dari tahun kejadian ke- i dengan $s = 1, 2, \dots, n - 1$.

Kemudian, asumsi nilai harapan bersyarat untuk rasio I/P dengan mengestimasi $E(Q_{i,s}^{-1} | \mathcal{P}_i(s))$ sebagai berikut:

$$\hat{q}_s^{-1} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-s+1} P_{i,s}} \sum_{i=1}^{n-s+1} P_{i,s} \cdot Q_{i,s}^{-1} = \sum_{i=1}^{n-s+1} \frac{I_{i,s}}{P_{i,s}} \quad (12)$$

Sedangkan asumsi variansi bersyarat untuk rasio I/P dengan mengestimasi $\sigma(Q_{i,s}^{-1} | \mathcal{P}_i(s))$ adalah sebagai berikut:

$$\sigma(Q_{i,s}^{-1} | \mathcal{P}_i(s)) = \frac{\hat{\rho}_s^P}{\sqrt{P_{i,s}}} \quad (13)$$

dengan

$$\hat{\rho}_s^{P^2} = \frac{1}{n-s} \sum_{i=1}^{n-s+1} P_{i,s} \cdot (Q_{i,s}^{-1} - \hat{q}_s^{-1})^2 \quad (14)$$

Residual bersyarat untuk faktor perkembangan *paid claims* dan *incurred claims* adalah

$$res\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,s}} \middle| \mathcal{P}_i(s)\right) = \frac{\frac{P_{i,t}}{P_{i,s}} - f_{s \rightarrow t}^P}{\sigma_{s \rightarrow t}^P} \cdot \sqrt{P_{i,s}} \quad (15)$$

dan

$$res\left(\frac{I_{i,t}}{I_{i,s}} \middle| \mathcal{J}_i(s)\right) = \frac{\frac{I_{i,t}}{I_{i,s}} - f_{s \rightarrow t}^I}{\sigma_{s \rightarrow t}^I} \cdot \sqrt{I_{i,s}} \quad (16)$$

Residual bersyarat dari rasio P/I dan rasio I/P dapat ditulis sebagai:

$$res(Q_{i,s}^{-1} | \mathcal{P}_i(s)) = \frac{Q_{i,s}^{-1} - \hat{q}_s^{-1}}{\hat{\rho}_s^P} \cdot \sqrt{P_{i,s}} \quad (17)$$

$$res(Q_{i,s} | \mathcal{J}_i(s)) = \frac{Q_{i,s} - \hat{q}_s}{\hat{\rho}_s^I} \cdot \sqrt{I_{i,s}} \quad (18)$$

Untuk nilai parameter korelasi λ^P dan λ^I , estimasi nilai λ^P dan λ^I diperoleh dengan:

$$\hat{\lambda}^P = \frac{\sum_{i,s} \widehat{res}(Q_{i,s}^{-1}) \widehat{res}(P_{i,t})}{\sum_{i,s} \widehat{res}(Q_{i,s}^{-1})^2} \quad (19)$$

$$\hat{\lambda}^I = \frac{\sum_{i,s} \widehat{res}(Q_{i,s}) \widehat{res}(I_{i,t})}{\sum_{i,s} \widehat{res}(Q_{i,s})^2} \quad (20)$$

Terdapat konstanta λ^P dan λ^I untuk $s, t \in T$ dengan $t = s + 1$ sehingga untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$,

$$E\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,s}} \middle| \mathcal{B}_i(s)\right) = f_{s \rightarrow t}^P + \lambda^P \cdot \frac{\sigma\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,s}} \middle| \mathcal{P}_i(s)\right)}{\sigma(Q_{i,s}^{-1} | \mathcal{P}_i(s))} \left(Q_{i,s}^{-1} - E(Q_{i,s}^{-1} | \mathcal{P}_i(s))\right) \quad (21)$$

$$E\left(\frac{I_{i,t}}{I_{i,s}} \middle| \mathcal{B}_i(s)\right) = f_{s \rightarrow t}^I + \lambda^I \frac{\sigma\left(\frac{I_{i,t}}{I_{i,s}} \middle| \mathcal{J}_i(s)\right)}{\sigma(Q_{i,s} \middle| \mathcal{J}_i(s))} (Q_{i,s} - E(Q_{i,s} \middle| \mathcal{J}_i(s))) \quad (22)$$

Dengan menggunakan asumsi persamaan (21) dan (22), diperoleh persamaan untuk melengkapi *run-off triangle* menjadi bentuk persegi, yaitu

$$\hat{P}_{i,t} = P_{i,t} \left(\hat{f}_{s \rightarrow t}^P + \hat{\lambda}^P \frac{\widehat{\sigma}_{s \rightarrow t}^P}{\hat{\rho}_s^P} (Q_{i,s}^{-1} - \hat{q}_s^{-1}) \right) \quad (23)$$

$$\hat{I}_{i,t} = I_{i,t} \left(\hat{f}_{s \rightarrow t}^I + \hat{\lambda}^I \frac{\widehat{\sigma}_{s \rightarrow t}^I}{\hat{\rho}_s^I} (Q_{i,s} - \hat{q}_s) \right) \quad (24)$$

untuk $s = n - i + 1$

Estimasi cadangan klaim per tahun kejadian untuk data klaim yang dibayarkan (*paid claims*) dapat dihitung sebagai:

$$\hat{R}_i^{MCL} = \hat{P}_{i,t} - P_{i,n-i+1} \quad (25)$$

Sedangkan, estimasi cadangan klaim per tahun kejadian untuk data klaim yang ditanggung (*incurred claims*) dapat dihitung sebagai:

$$\hat{R}_i^{MCL} = \hat{I}_{i,t} - P_{i,n-i+1} \quad (26)$$

Estimasi total cadangan klaim dapat dihitung dengan persamaan:

$$\hat{R}^{MCL} = \sum_{i=2}^n \hat{R}_i^{MCL} \quad (27)$$

Hasil dan Diskusi

Data

Data yang digunakan adalah data besarnya klaim asuransi kendaraan bermotor periode 2017-2021 yang terdapat pada salah satu perusahaan asuransi di Indonesia dalam rupiah..

Tabel 3. Run-off Triangle Paid Claims

Tahun Kejadian	Tahun Perkembangan				
	1	2	3	4	5
2017	8,423,706,172	11,189,324,125	11,662,679,851	12,016,827,228	12,488,132,767
2018	7,907,287,198	10,581,745,598	11,243,221,000	11,722,131,809	
2019	13,798,783,091	17,738,813,032	19,916,044,369		
2020	18,568,832,081	22,899,806,759			
2021	15,685,159,888				

Pada Tabel 3, dijelaskan nilai klaim yang dibayarkan pada tahun 2017 tetapi baru dibayarkan 3 tahun setelahnya atau pada tahun perkembangan ke-3 yaitu sebesar Rp. 11,662,679,851.

Tabel 4. Run-off Triangle Incurred Claims

Tahun Kejadian	Tahun Perkembangan				
	1	2	3	4	5
2017	10,029,515,199	11,503,037,047	12,151,139,703	12,671,760,275	13,051,365,497
2018	8,620,245,103	10,093,033,256	10,728,529,792	11,435,854,219	

Tahun Kejadian	Tahun Perkembangan				
	1	2	3	4	5
2019	18,782,473,769	23,662,891,319	25,520,910,072		
2020	23,365,695,859	30,261,620,457			
2021	24,463,245,802				

Pada Tabel 4, dijelaskan nilai klaim yang ditanggung pada tahun 2017 tetapi baru dibayarkan 3 tahun setelahnya atau pada tahun perkembangan ke-3 yaitu sebesar Rp. 12,151,139,703.

Menghitung Estimasi Cadangan Klaim Dengan Metode *Chain Ladder*

1. Estimasi faktor perkembangan serta parameter σ

Tahap pertama adalah menghitung nilai estimasi faktor perkembangan dan nilai estimasi parameter σ dengan menggunakan persamaan (1) dan (2) secara lengkap disajikan pada Tabel 5 berikut:

Tabel 5. Estimasi Nilai Faktor Perkembangan serta Parameter σ

	1→2	2→3	3→4	4→5
$f_{s \rightarrow t}^P$	1.282	1.084	1.036	1.039
$f_{s \rightarrow t}^I$	1.242	1.069	1.054	1.030
$\sigma_{s \rightarrow t}^P$	5,396.91	5,047.68	925.30	0
$\sigma_{s \rightarrow t}^I$	8,291.37	1,474.42	1,742.46	0

Pada Tabel 5, terdapat faktor perkembangan $f_{1 \rightarrow 2}^P$ yang menyatakan besarnya estimasi nilai faktor perkembangan dari tahun perkembangan klaim ke-1 sampai dengan tahun perkembangan klaim ke-2 untuk *paid claims* yaitu 1.282, sedangkan faktor perkembangan $f_{1 \rightarrow 2}^I$ menyatakan besarnya estimasi nilai faktor perkembangan dari tahun perkembangan klaim ke-1 sampai dengan tahun perkembangan klaim ke-2 untuk *incurred claims* yaitu 1.242.

2. Melengkapi run-off triangle untuk *paid claims* dan *incurred claims*

Setelah mendapatkan nilai estimasi faktor perkembangan, perhitungan nilai estimasi jumlah klaim untuk melengkapi *run-off triangle* menjadi bentuk persegi dilakukan menggunakan persamaan (3). Hasil perhitungan *run-off triangle* keseluruhan *paid claims* dan *incurred claims* secara lengkap disajikan dalam Tabel 6 dan Tabel 7 berikut:

Tabel 6. *Run-off Triangle* Keseluruhan *Paid Claims* menggunakan Metode *Chain Ladder*

Tahun Kejadian	Tahun Perkembangan				
	1	2	3	4	5
2017	8,423,706,172	11,189,324,12	11,662,679,85	12,016,827,22	12,488,132,76
		5	1	8	7
2018	7,907,287,198	10,581,745,59	11,243,221,00	11,722,131,80	12,181,879,25
		8	0	9	7
2019	13,798,783,09	17,738,813,03	19,916,044,36	20,640,365,31	21,449,890,02
		1	2	9	6
2020	18,568,832,08	22,899,806,75	24,819,467,99	25,722,120,16	26,730,953,64
		1	9	6	1
2021	15,685,159,88	20,101,312,70	21,786,379,79	22,578,722,44	23,464,270,41
		8	5	8	2
					1

Tabel 7. *Run-off Triangle* Keseluruhan *Incurred Claims* menggunakan Metode *Chain Ladder*

Tahun Kejadian	Tahun Perkembangan				
	1	2	3	4	5
2017	10,029,515,199	11,503,037,047	12,151,139,703	12,671,760,275	13,051,365,497
2018	8,620,245,103	10,093,033,256	10,728,529,792	11,435,854,219	11,778,435,666.67
2019	18,782,473,769	23,662,891,319	25,520,910,072	26,890,609,660.52	27,696,165,923.30
2020	23,365,695,859	30,261,620,457	32,362,208,859.06	34,099,078,901.43	35,120,577,741.01
2021	24,463,245,802	30,387,195,166.61	32,496,500,245.92	34,240,577,666.74	35,266,315,354.67

3. Estimasi cadangan klaim untuk *paid claims* dan *incurred claims*

Setelah mendapatkan nilai estimasi *run-off triangle* secara keseluruhan, dilakukan perhitungan estimasi cadangan klaim per tahun kejadian menggunakan persamaan (4). Perhitungan secara lengkap untuk *paid claims* dan *incurred claims* disajikan pada Tabel 8 dan Tabel 9 sebagai berikut

Tabel 8. Hasil Estimasi Nilai Cadangan Klaim untuk *Paid Claims*

Tahun Kejadian	<i>Ultimate Paid Claims</i>	<i>Paid Claims</i>	Taksiran Cadangan Klaim
2018	12,181,879,257	11,722,131,809	459,747,448
2019	21,449,890,020	19,916,044,369	1,533,845,651
2020	26,730,953,647	22,899,806,759	3,831,146,888
2021	23,464,270,411	15,685,159,888	7,779,110,523
TOTAL			13,603,850,510

Tabel 9. Hasil Estimasi Nilai Cadangan Klaim untuk *Incurred Claims*

Tahun Kejadian	<i>Ultimate Incurred Claims</i>	<i>Paid Claims</i>	Taksiran Cadangan Klaim
2018	11,778,435,667	11,722,131,809	56,303,858
2019	27,696,165,923	19,916,044,369	7,780,121,554
2020	35,120,577,741	22,899,806,759	12,220,770,982
2021	35,266,315,355	15,685,159,888	19,581,155,467
TOTAL			39,638,351,861

Tabel 8 menunjukkan bahwa total estimasi cadangan klaim untuk *paid claims* adalah sebesar Rp13,603,850,510, sedangkan Tabel 9 menunjukkan bahwa total estimasi cadangan klaim untuk *incurred claims* adalah sebesar Rp 39,638,351,861.

4. Menghitung Estimasi Cadangan Klaim dengan Metode *Munich Chain Ladder*

Setelah menghitung estimasi cadangan klaim dengan metode *Chain Ladder*, dilakukan perhitungan estimasi cadangan klaim dengan metode *Munich Chain Ladder* melalui tahapan berikut:

5. Estimasi faktor perkembangan serta parameter σ

Tahap pertama adalah menghitung nilai estimasi faktor perkembangan menggunakan persamaan (1) dan estimasi parameter σ menggunakan persamaan (2). Hasil perhitungan secara keseluruhan sama seperti perhitungan estimasi faktor perkembangan dan parameter σ pada metode *Chain Ladder* yang disajikan pada Tabel 5.

6. Estimasi nilai Q atau rasio (P/I) dan nilai Q^{-1} atau rasio (I/P)

Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai Q untuk *incurred claims* dan Q^{-1} untuk *paid claims* untuk setiap tahun kejadian dan tahun perkembangan menggunakan persamaan (7) dan persamaan (8). Perhitungan secara lengkap untuk *paid claims* dan *incurred claims* disajikan dalam Tabel 10 dan Tabel 11 berikut:

Tabel 10. Estimasi Nilai Q^{-1}

Q^{-1}	1	2	3	4	5
1	1.191	1.028	1.042	1.055	1.045
2	1.090	0.954	0.954	0.976	0.967
3	1.361	1.334	1.281	1.303	1.291
4	1.258	1.321	1.304	1.326	1.314
5	1.560	1.512	1.492	1.516	1.503

Tabel 11. Estimasi Nilai Q

Q	1	2	3	4	5
1	0.840	0.973	0.960	0.948	0.957
2	0.917	1.048	1.048	1.025	1.034
3	0.735	0.750	0.780	0.768	0.774
4	0.795	0.757	0.767	0.754	0.761
5	0.641	0.662	0.670	0.659	0.665

Setelah mendapatkan nilai Q untuk *incurred claims* dan Q^{-1} untuk *paid claims*, langkah selanjutnya adalah menghitung estimasi nilai harapan bersyarat menggunakan formula (P/I) dan (I/P) yakni \hat{q}_s dan \hat{q}_s^{-1} dengan persamaan (9) dan persamaan (12). Kemudian, dilakukan perhitungan untuk estimasi standar deviasi formula (P/I) dan (I/P) yaitu parameter ρ_s^P dan ρ_s^I dengan persamaan (11) dan persamaan (14). Hasil perhitungan secara lengkap disajikan dalam Tabel 12 berikut:

Tabel 12. Estimasi Nilai Harapan Bersyarat serta Parameter ρ

	1	2	3	4	5
\hat{q}_s^{-1}	1.324	1.210	1.130	1.016	1.045
\hat{q}_s	0.755	0.826	0.885	0.985	0.957
\hat{q}_s	19,700	23,253	21,150	6,080	0
$\hat{\rho}_s^I$	12,854	18,530	17,780	5,948	0

7. Estimasi nilai residual parameter

Selanjutnya dilakukan perhitungan nilai residual untuk masing-masing parameter menggunakan persamaan (15)-(18). Perhitungan secara lengkap estimasi nilai residual untuk faktor perkembangan klaim yang dibayarkan (*paid claims*), faktor perkembangan klaim yang ditanggung (*incurred claims*), rasio (I/P), dan rasio (P/I) disajikan dalam Tabel 13, Tabel 14, Tabel 15, dan Tabel 16 berikut:

Tabel 13. Residual Faktor Perkembangan $P_{i,t}$

$res(P_{i,t})$	1→2	2→3	3→4	4→5
1	0.795	-0.870	-0.701	0
2	0.934	-0.434	0.714	
3	0.087	1.027		
4	-1.220			

Tabel 14. Residual Faktor Perkembangan $I_{i,t}$

$res(I_{i,t})$	1→2	2→3	3→4	4→5
1	-1.150	-0.951	-0.685	0
2	-0.798	-0.440	0.729	
3	0.292	0.950		

4 0.977

Tabel 15. Residual Q^{-1}

$res(Q^{-1})$	1	2	3	4	5
1	-0.623	-0.828	-0.451	0.703	0
2	-1.057	-1.134	-0.883	-0.711	
3	0.220	0.710	1.009		
4	-0.456	0.725			
5	1.496				

Tabel 16. Residual Q

$res(Q)$	1	2	3	4	5
1	0.660	0.847	0.465	-0.689	0
2	1.171	1.204	0.951	0.725	
3	-0.218	-0.637	-0.938		
4	0.471	-0.654			
5	-1.387				

8. Estimasi parameter korelasi λ^P dan λ^I

Setelah mendapatkan estimasi nilai residual masing-masing parameter, selanjutnya koefisien korelasi dihitung menggunakan persamaan (19) dan (20) dengan hasil sebagai berikut :

$$\hat{\lambda}^P = \frac{((-0.828 \cdot -0.870) + \dots + (0.710 \cdot 1.027))}{(-0.828 + \dots + 0.710)} = 0.78$$

$$\hat{\lambda}^I = \frac{((0.465 \cdot -0.685) + \dots + (0.951 \cdot 0.729))}{(0.465 + \dots + 0.951)} = 0.33$$

Dari hasil perhitungan koefisien korelasi, didapatkan bahwa nilai korelasi $\hat{\lambda}^P$ dan $\hat{\lambda}^I$ berada diantara 0 dan 1. Artinya, metode *Munich Chain Ladder* merupakan metode yang dapat digunakan dalam data penelitian ini.

9. Menghitung faktor pengali untuk *paid claims* dan *incurred claims*

Setelah mendapatkan nilai koefisien korelasi, kemudian menghitung nilai faktor pengali menggunakan persamaan (21) dan (22). Hasil perhitungan secara lengkap dari nilai faktor pengali untuk *paid claims* dan *incurred claims* secara berurutan disajikan dalam Tabel 17 dan Tabel 18 berikut:

Tabel 17. Nilai Faktor Pengali untuk *Paid Claims*

Q^{-1}	1	2	3	4	5
1					
2					1.039
3				1.042	1.039
4			1.103	1.042	1.039
5		1.332	1.135	1.049	1.039

Tabel 18. Faktor Pengali untuk *Incurred Claims*

Q	1	2	3	4	5
1					
2					1.030

Q	1	2	3	4	5
3				1.050	1.030
4			1.068	1.050	1.030
5	1.218	1.065	1.047	1.030	

10. Estimasi cadangan klaim untuk *paid claims* dan *incurred claims*

Setelah mendapatkan nilai estimasi *run-off triangle* secara keseluruhan, dilakukan perhitungan estimasi cadangan klaim per tahun kejadian menggunakan persamaan (25) untuk *paid claims*. Perhitungan secara lengkap untuk *paid claims* dan *incurred claims* disajikan pada Tabel 19 dan Tabel 20 sebagai berikut:

Tabel 19. Hasil Estimasi Nilai Cadangan Klaim untuk *Paid Claims*

Tahun Kejadian	Ultimate Paid Claims	Paid Claims	Taksiran Cadangan Klaim
2018	12,181,879,257	11,722,131,809	459,747,448
2019	21,557,285,887	19,916,044,369	1,641,241,518
2020	27,355,380,389	22,899,806,759	4,455,573,630
2021	25,852,639,079	15,685,159,888	10,167,479,191
		TOTAL	16,724,041,788

Tabel 20. Hasil Estimasi Nilai Cadangan Klaim untuk *Incurred Claims*

Tahun Kejadian	Ultimate Incurred Claims	Paid Claims	Taksiran Cadangan Klaim
2018	11,778,435,667	11,722,131,809	56,303,858
2019	27,606,383,186	19,916,044,369	7,690,338,817
2020	34,931,473,717	22,899,806,759	12,031,666,958
2021	34,198,431,412	15,685,159,888	18,513,271,524
		TOTAL	38,291,581,157

Tabel 19 menunjukkan bahwa total estimasi cadangan klaim untuk *paid claims* adalah sebesar Rp16,724,041,788, sedangkan Tabel 20 menunjukkan bahwa total estimasi cadangan klaim untuk *incurred claims* adalah sebesar Rp 38,291,581,157.

11. Membandingkan Kesenjangan Hasil Estimasi Cadangan Klaim Paid Claims dan Incurred Claims

Setelah mendapatkan *run-off triangle* lengkap untuk *paid claims* dan *incurred claims*, maka langkah selanjutnya melihat bagaimana metode *Munich Chain Ladder* dapat mengurangi kesenjangan antara estimasi cadangan klaim berdasarkan *paid claims* dan *incurred claims*.

Untuk mengetahui kesenjangan antara *paid claims* dan *incurred claims* didapatkan dari selisih total estimasi cadangan klaim pada *incurred claims* dan *paid claims*, sehingga estimasi kesenjangan nilai cadangan klaim menggunakan metode *Chain Ladder* disajikan pada Tabel 21 sebagai berikut:

Tabel 21. Estimasi Kesenjangan Nilai Cadangan Klaim menggunakan *Chain Ladder*

Tahun Kejadian	\hat{R}_i^{CL}	
	Paid (Rp.)	Incurred (Rp.)
i = 2	459,747,448	56,303,858
i = 3	1,533,845,651	7,780,121,554
i = 4	3,831,146,888	12,220,770,982
i = 5	7,779,110,523	19,581,155,467
Total	13,603,850,510	39,638,351,861

Tabel 21 menunjukkan bahwa kesenjangan antara *paid claims* dan *incurred claims* menggunakan metode *Chain Ladder* yaitu sebesar Rp 26,034,501,350.

Sedangkan, estimasi kesenjangan nilai cadangan klaim menggunakan metode *Munich Chain Ladder* disajikan pada Tabel 22 sebagai berikut:

Tabel 22. Estimasi Kesenjangan Nilai Cadangan Klaim menggunakan *Munich Chain Ladder*

Tahun Kejadian	\hat{R}_t^{MCL}	
	<i>Paid</i> (Rp.)	<i>Incurred</i> (Rp.)
i = 2	459,747,448	56,303,858
i = 3	1,641,241,518	7,690,338,817
i = 4	4,455,573,630	12,031,666,958
i = 5	10,167,479,191	18,513,271,524
Total	16,724,041,788	38,291,581,157

Tabel 22 menunjukkan bahwa kesenjangan antara *paid claims* dan *incurred claims* menggunakan metode *Munich Chain Ladder* yaitu sebesar Rp 21,567,539,369

Bagian ini berisi tentang hasil-hasil yang diperoleh menggunakan metode yang sudah dijelaskan di bagian sebelumnya. Bagian ini dapat berisi tabel, persamaan, dan gambar. Pastikan semua data disajikan dengan jelas dan akurat, serta setiap tabel, persamaan, dan gambar diberi label dan dirujuk dalam artikel. Berikut adalah contoh penggunaan tabel.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan dalam penelitian ini, diperoleh hasil kesenjangan estimasi cadangan klaim antara *paid claims* dan *incurred claims* menggunakan metode *Chain Ladder* yaitu sebesar Rp 26,034,501,350. Sedangkan hasil kesenjangan estimasi cadangan klaim antara *paid claims* dan *incurred claims* menggunakan metode *Munich Chain Ladder* yaitu sebesar Rp 21,567,539,369. Sehingga disimpulkan bahwa hasil proyeksi cadangan klaim dengan metode *Munich Chain Ladder* lebih baik dan lebih dapat diandalkan karena memungkinkan perusahaan asuransi untuk mengalokasikan dana cadangan klaim yang lebih kecil, sehingga sisa dana dapat dialokasikan untuk tujuan lain.

Referensi

- [1] Otoritas Jasa Keuangan, "Undang-undang Republik Indonesia No. 40 Tahun 2014 Tentang Usaha Perasuransian," 2014, *Jakarta*.
- [2] D. Guntara, "Asuransi Dan Ketentuan-Ketentuan Hukum Yang Mengaturnya," *Justisi J. Ilmu Huk.*, vol. 1, no. 1, pp. 29–46, 2016, doi: 10.36805/jjih.v1i1.79.
- [3] T. T. Darmawansyah and Y. Aguspriyani, "Pengaruh Pendapatan Premi dan Hasil Investasi terhadap Underwriting Dana Tabarru'pada PT. Asuransi Jiwa Bringin Jiwa Sejahtera," *Kubik J. Publ. Ilm. Mat.*, vol. 3, no. 2, pp. 123–130, 2018.
- [4] S. Handayani, "Pengaruh Penyelesaian Klaim Asuransi Terhadap Pencapaian Target Penjualan Produk Asuransi Ajb Bumiputera 1912 Cabang Bengkulu," *Ekombis Rev. J. Ilm. Ekon. dan Bisnis*, vol. 5, no. 1, pp. 79–85, 2017, doi: 10.37676/ekombis.v5i1.332.
- [5] M. P. A. Saputra, E. S. Hasbullah, and F. Sukono, "Estimasi Potensi Klaim Maksimal Dalam Risiko Kerugian Kebakaran Rumah Dengan Metode Extreme Value Theory (EVT) Di Kota Bandung," *KUBIK J. Publ. Ilm. Mat.*, vol. 5, no. 2, pp. 108–117, 2020.
- [6] I. Abbiyu, "Proyeksi Cadangan Klaim dengan Metode Munich Chain Ladder," *Inst. Pertan. Bogor*, 2015.
- [7] M. Johny, B. Purwoko, and E. E. Merawaty, "Pengaruh Premi Bruto, Cadangan Klaim,

- Cadangan Premi, Dan Pembayaran Klaim Terhadap Roa (Suatu Survey Pada Perusahaan Asuransi Umum Tercatat Di Bei),” *J. Ekbang*, vol. 3, no. 1, pp. 1–16, 2020.
- [8] N. Arifani, S. Nurrohmah, and I. Fithriani, “Metode Bayesian Chain Ladder untuk Memprediksi Cadangan Klaim,” *J. Stat. dan Apl.*, vol. 6, no. 1, pp. 120–129, 2022.
- [9] T. S. Afolabi, “Effect of Claims Payments on Profitability in the Nigerian Insurance Industry,” *Adv. Soc. Sci. Res. J.*, vol. 5, no. 4, pp. 94–101, 2018, doi: 10.14738/assrj.54.4380.
- [10] B. Lalithchanadra and S. T. L. Kumari, “A Critical Analysis of Individual Death Claims and Benefit Amount Paid In Indian Insurance Industry,” *IOSR J. Bus. Manag.*, vol. 17, no. 6, pp. 22–26, 2015, doi: 10.9790/487X-17612226.
- [11] Y. Wilandari, Gunardi, and A. R. Effendie, “Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode Deterministik dan Stokastik,” *J. Stat.*, vol. 9, no. 1, 2021.
- [12] I. R. H. Yulial Hikmah, “Perhitungan Cadangan Klaim dengan Metode Chain Ladder Menggunakan Excel dan RStudio,” vol. 4, 2022.
- [13] T. Talib, “Metode Munich Chain Ladder: Distribusi Prediktif Cadangan Klaim Menggunakan Bootstrapping,” Institut Teknologi Bandung, 2016.
- [14] K. S. Sundanis Agung Pertiwi, Nyoman Widana, “Estimasi Cadangan Klaim pada Asuransi Umum Dengan Metode Chain Ladder,” vol. 12, no. 1, pp. 71–76, 2023.
- [15] M. Olofsson, “Stochastic Loss Reserving Testing the new guidelines from the Australian Prudential Regulation Authority (APRA) on Swedish portfolio data using a Bootstrap simulation and the distribution-free method by Thomas Mack,” *Math. Stat. Stock. Univ.*, 2006.
- [16] D. F. Durrah, R. Cahyandari, and A. S. Awalluddin, “Model regresi data panel terbaik untuk faktor penentu laba neto perusahaan asuransi umum Syariah di Indonesia,” *Sumber*, vol. 23, no. 24, p. 24, 2020.
- [17] G. Quarg and T. Mack, “A reserving method that reduces the gap between IBNR projections based on paid losses and IBNR projections based on incurred losses,” *Blätter der Dtsch. Gesellschaft für Versicherungs- und Finanz.*, vol. 26, pp. 597–630, 2004.
- [18] M. M.- Mario V. Wüthrich, “Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance,” 2008.