

# Penerapan Hukum Mortalita *Gompertz* untuk Perhitungan Dana *Tabarru'* dengan Metode *Cost of Insurance*

Fauziah Noor Hidayat<sup>1, a)</sup>, Rini Cahyandari<sup>1, b)</sup>, Asep Solih Awalluddin<sup>1, c)</sup>

<sup>1</sup>Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Gunung Djati Bandung

<sup>a)</sup>email: [fauziah2218@gmail.com](mailto:fauziah2218@gmail.com)

<sup>b)</sup>email: [rcahyandari@yahoo.com](mailto:rcahyandari@yahoo.com)

<sup>c)</sup>email: [aasolih@gmail.com](mailto:aasolih@gmail.com)

## Abstrak

Berdasarkan cara pengelolaan dananya, asuransi syari'ah dibedakan menjadi dua, asuransi dengan unsur tabungan dan asuransi tanpa unsur tabungan. Didalam asuransi tanpa unsur tabungan, dana yang diberikan oleh peserta asuransi akan dimasukkan ke dalam satu rekening saja, yaitu rekening *tabarru'*. Sehingga adanya ketidakjelasan dalam presentase dana *tabarru'*. *Cost of Insurance* merupakan metode yang digunakan dalam perhitungan dana *tabarru'* yang terdiri dari beberapa komponen yaitu: tabel mortalita yang digunakan, asumsi hasil investasi ( $i$ ) dan asumsi biaya pengelolaan ( $\alpha$ ). Didalam penelitian ini dilakukan perhitungan tabel mortalita dengan Hukum *Gompertz* yang memperhitungkan risiko karena faktor usia, didalam perhitungannya dibutuhkan data acak usia yang berdistribusi *Gompertz*. Tabel mortalita dengan Hukum *Gompertz* ini yang akan digunakan untuk perhitungan dana *tabarru'*. Penulis menggunakan ilustrasi dengan usia peserta 41 tahun, tingkat investasi sebesar 5%, dan biaya pengelolaan sebesar 30%. Didapatkan dana *tabarru'* dengan menggunakan metode *Cost of Insurance* sebesar Rp. 156.762/bulan.

Kata kunci: Hukum Mortalita *Gompertz*, Dana *Tabarru'*, dan Metode *Cost of Insurance*

## Abstract

Based on the technique of fund management, Islamic insurance is divided into two; insurance with savings and insurance without savings. In insurance without savings, the funds provided by insurance participants will be included in one account only, namely the *tabarru* account, So there is obscurity in the percentage of *tabarru* funds'. *Cost of Insurance* is a method to count *tabarru'* funds which consists of several components; mortality table, investment returns assumption( $i$ ) dan management cost assumption ( $\alpha$ ). This research is calculating mortality table by using *Gompertz* Law which calculates risk by the factor of the age it takes random age data that has *Gompertz* distribution. This mortality table that uses *Gompertz* law will be used to count *tabarru'* funds. The writer uses illustration of company data with 41 years of age, 5% investment level, and 30% cost management. The result of *tabarru'* fund using *COI* method is amounting to Rp.156.762/bulan.

Key words: *Gompertz* Mortality Law, *Tabarru'* fund and *Cost of Insurance* Method

## Pendahuluan

Manusia tidak dapat memprediksi apa yang akan terjadi di masa yang akan datang, seperti kecelakaan, sakit, termasuk mati. Karena itu perlu adanya tindakan yang dapat menanggulangi risiko tersebut.

Asuransi merupakan lembaga keuangan non bank yang menawarkan berbagai macam produk. Pada umumnya asuransi adalah usaha untuk memindahkan risiko dari nasabah kepada perusahaan asuransi.

Sedangkan asuransi syariah mengandung prinsip *risk sharing*, yaitu berbagi atau saling memikul risiko antar nasabah sehingga setiap nasabah menjadi penanggung dari musibah yang dihadapi oleh nasabah lainnya.

Asuransi syariah sudah berkembang di Indonesia yang ditandai dengan banyaknya perusahaan asuransi yang bermunculan. Bukan hanya itu, masyarakat Indonesia juga sudah banyak menggunakan produk asuransi syariah dengan beralasan asuransi syariah merupakan solusi untuk menanggulangi risiko mereka dimasa yang akan datang, karena sistem operasionalnya sesuai dengan aturan Islam.

Didalam asuransi terdapat beberapa jenis produk, misalnya asuransi jiwa, asuransi kecelakaan, asuransi kendaraan dan yang lainnya. Asuransi jiwa merupakan usaha untuk menanggung kerugian yang diakibatkan karena meninggalnya seseorang. Berdasarkan mekanisme pengelolaan dananya, asuransi jiwa syariah terbagi menjadi dua yaitu asuransi dengan unsur tabungan (*saving*) dan asuransi tanpa unsur tabungan (*non saving*). Asuransi dengan unsur tabungan, premi akan dibagi kedalam dua tabungan, yaitu rekening pribadi dan rekening *tabarru'*, contoh produknya seperti asuransi dana investasi, asuransi pendidikan, dan asuransi dana haji. Adapun, asuransi tanpa unsur tabungan, premi yang dibayarkan oleh peserta asuransi hanya akan dimasukkan ke dalam satu rekening saja, yaitu rekening *tabarru'*, produk asuransi *non saving* seperti asuransi kesehatan individu, dan asuransi kecelakaan diri individu.

Salah satu hal yang membedakan antara asuransi syariah dengan asuransi konvensional adalah adanya dana *tabarru'*. Dana *tabarru'* merupakan dana yang dikumpulkan dengan niat tolong menolong, peserta asuransi akan mendapatkan klaim dari dana *tabarru'* tersebut apabila terkena musibah. Di dalam asuransi jiwa syariah tanpa unsur tabungan tidak ada pembagian premi secara khusus kedalam rekening *tabarru'* yang menyebabkan adanya kebingungan pembagian dana *tabarru'* oleh karena itu penulis menggunakan metode *Cost of Insurance* dalam perhitungan dana *tabarru'*.

Berdasarkan penguraian tersebut penulis memberi judul untuk skripsi ini dengan "Penerapan Hukum Mortalita *Gompertz* untuk Perhitungan Dana *Tabarru'* dengan Metode *Cost Of Insurance*"

## Metode

Terdapat beberapa hukum dalam perhitungan mortalita, diantaranya *Gompertz*, *De Moivre*, *Makeham*, dan *Weillbull*. Hukum yang digunakan pada pembahasan ini adalah hukum mortalita *Gompertz*. Distribusi *Gompertz* merupakan salah satu distribusi yang digunakan dalam menggambarkan usia kematian seseorang. Laju tingkat kematian untuk hukum *Gompertz* adalah:

$$\mu_x = Bc^x, \quad B > 0, c > 1, x \geq 0. \quad (1)$$

Parameter B dikaitkan dengan tingkat kemungkinan meninggal, dan parameter c adalah peningkatan kegagalan atau kematian [13].

Fungsi peluang  ${}_t p_x$  dan  ${}_t q_x$  menurut fungsi distribusi *Gompertz* [14].

$${}_t p_x = \exp \left[ -\frac{Bc^x}{\ln c} (c^t - 1) \right] \quad (2)$$

$${}_t q_x = 1 - \exp \left[ -\frac{Bc^x}{\ln c} (c^t - 1) \right] \quad (3)$$

Fungsi ketahanan hidup atau *survival function* untuk hukum *Gompertz* adalah

$$s(x) = \exp \left[ -\frac{B}{\ln c} (c^x - 1) \right] \quad (4)$$

Sehingga untuk melengkapi tabel mortalita dengan hukum *Gompertz* kita dapatkan persamaan-persamaan berikut

$$l_x = l_0 e^{\left( \frac{-B}{\ln c} (c^x - 1) \right)} \quad (5)$$

$$d_x = l_0 e^{\left(\frac{-B}{\ln c}(c^x - 1)\right)} - l_0 e^{\left(\frac{-B}{\ln c}(c^{x+1} - 1)\right)} \quad (6)$$

$$p_x = \exp\left[-\frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right] \quad (7)$$

$$q_x = 1 - \exp\left[-\frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1)\right] \quad (8)$$

Didalam asuransi syariah tanpa unsur tabungan, premi yang dibayarkan oleh peserta dikhususkan untuk dana kebajikan (dana tabarru'). Perhitungan dana *Tabarru'* menggunakan metode *Cost of Insurance* (COI). *Cost of Insurance* terdiri dari beberapa komponen yaitu: tabel mortalita yang digunakan, asumsi hasil investasi ( $i$ ) dan asumsi biaya pengelolaan ( $\alpha$ ) [9].

Perhitungan presentase dana *Tabarru'* dengan metode *Cost of Insurance* adalah

$$COI_x = \frac{v \cdot q_x}{1 - \alpha} = \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right) \cdot q_x}{1 - \alpha} \quad (9)$$

Dimana,

$COI_x$  : Cost of Insurance bagi peserta yang berusia  $x$  tahun

$q_x$  : Peluang meninggal seseorang yang berusia  $x$  tahun

$i$  : asumsi tingkat investasi

$\alpha$  : asumsi biaya pengelolaan

Substitusi persamaan (8) ke persamaan (9) sehingga didapatkan dana *tabarru'* dengan metode *Cost of Insurance* berdasarkan Hukum Mortalita *Gompertz*.

$$COI_x = \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right) \cdot \left(1 - \exp\left[-\frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1)\right]\right)}{1 - \alpha} \quad (10)$$

## Hasil dan Diskusi

Berdasarkan persamaan (8) dapat digunakan untuk mencari para meter  $B$  dan  $c$  sebagai berikut:

$$q_x = 1 - \exp\left[-\frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1)\right]$$

$$1 - q_x = \exp\left[-\frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1)\right]$$

$$\ln(1 - q_x) = -\frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1)$$

$$\ln\left(\frac{1}{1 - q_x}\right)^{-1} = -\frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1)$$

$$-\ln\left(\frac{1}{1 - q_x}\right) = -\frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1)$$

$$\ln\left(\frac{1}{1 - q_x}\right) = \frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1)$$

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1 - q_x}\right)\right) = \ln\left(\frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1)\right)$$

$$\ln\left(\ln\frac{1}{1 - q_x}\right) = \ln c^x + \ln\left(\frac{B}{\ln c}(c - 1)\right)$$

$$\ln\left(\ln\frac{1}{(1-q_x)}\right) = x \ln c + \ln\left(\frac{B}{\ln c}(c-1)\right) \tag{11}$$

Dengan bantuan *Microsoft Excel* didapatkan persamaan regresi untuk laki-laki dan perempuan dari persamaan (11), masing-masing adalah

$$\hat{y} = 0,0947634895614941x - 9,95708293064181$$

dan

$$\hat{y} = 0,0927343544084347x - 10,3025482984192$$

Sehingga didapatkan parameter *Gompertz*  $B=0,0000451807783621278$  dan  $c=1,09939880508156$  untuk laki-laki dan  $B=0,0000320160323677938$  dan  $c=1,09717023811538$  untuk perempuan. Substitusi  $c$  dan  $B$  kedalam persamaan (4) untuk melengkapi kolom-kolom tabel mortalita *Gompertz*.

Hasil untuk tabel mortalita menggunakan hukum *Gompertz*.

**Tabel 1.** Tabel Mortalita Laki-laki Menggunakan Hukum Gompertz

x	$l_x$	$d_x$	$q_x$	$p_x$
0	100000	4,738965	4,74E-05	0,999953
1	99995,26	5,209754	5,21E-05	0,999948
2	99990,05	5,727284	5,73E-05	0,999943
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
110	0,010743	0,008563	0,7971	0,2029
111	0,00218	0,00218	1	0

**Tabel 2.** Tabel Mortalita Perempuan Menggunakan Hukum Gompertz

x	$l_x$	$d_x$	$q_x$	$p_x$
0	100000	3,354693	3,35E-05	0,999966
1	99996,65	3,68054	3,68E-05	0,999963
2	99992,96	4,038023	4,04E-05	0,99996
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
110	9,18759	5,46427	0,594745	0,405255
111	3,72332	3,72332	1	0

Publikasi Ilmiah Matematika

Dalam perhitungan presentase dana *tabarru'* dengan hukum mortalita *Gompertz* menggunakan asumsi tingkat investasi 5%, 10%, 15% dan biaya pengelolaan yaitu 30% dan 50%. Dibawah ini merupakan simulasi perhitungan dana *tabarru'* untuk laki-laki dengan biaya pengelolaan 30%.

Dengan  $i=5\%$  maka  $v=0,952380952$

$$COI_0 = \frac{v \cdot q_0}{1 - \alpha} = \frac{(0,952380952) \cdot (0,0000473896538669942)}{1 - 0,30} = 0,0000644757195469309$$

$$COI_1 = \frac{v \cdot q_1}{1 - \alpha} = \frac{(0,952380952) \cdot (0,0000521000061245929)}{1 - 0,30} = 0,000070884362074276$$

$$COI_2 = \frac{v \cdot q_2}{1 - \alpha} = \frac{(0,952380952) \cdot (0,0000572785361620425)}{1 - 0,30} = 0,0000779299811728469$$

⋮

$$COI_{111} = \frac{v \cdot q_{111}}{1 - \alpha} = \frac{(0,952380952) \cdot (1)}{1 - 0,30} = 1,36054421768707$$

Dengan  $i=10\%$  maka  $v=0,909090909$

$$COI_0 = \frac{v \cdot q_0}{1 - \alpha} = \frac{(0,909090909) \cdot (0,0000473896538669942)}{1 - 0,30} = 0,0000615450050220704$$

$$COI_1 = \frac{v \cdot q_1}{1 - \alpha} = \frac{(0,909090909) \cdot (0,0000521000061245929)}{1 - 0,30} = 0,0000676623456163544$$

$$COI_2 = \frac{v \cdot q_2}{1 - \alpha} = \frac{(0,909090909) \cdot (0,0000572785361620425)}{1 - 0,30} = 0,0000743877093013539$$

⋮

$$COI_{111} = \frac{v \cdot q_{111}}{1 - \alpha} = \frac{(0,909090909) \cdot (1)}{1 - 0,30} = 1,2987012987013$$

Dengan  $i=15\%$  maka  $v=0,869565217$

$$COI_0 = \frac{v \cdot q_0}{1 - \alpha} = \frac{(0,869565217) \cdot (0,0000473896538669942)}{1 - 0,30} = 0,0000588691352385021$$

$$COI_1 = \frac{v \cdot q_1}{1 - \alpha} = \frac{(0,869565217) \cdot (0,0000521000061245929)}{1 - 0,30} = 0,0000647205045025999$$

$$COI_2 = \frac{v \cdot q_2}{1 - \alpha} = \frac{(0,869565217) \cdot (0,0000572785361620425)}{1 - 0,30} = 0,0000711534610708603$$

⋮

$$COI_{111} = \frac{v \cdot q_{111}}{1 - \alpha} = \frac{(0,869565217) \cdot (1)}{1 - 0,30} = 1,24223602484472$$

**Tabel 3.** Tabel Presentase Dana Tabarru' Laki-laki untuk Biaya Pengelolaan Sebesar 30%

x	$\alpha = 30\%$		
	i=5%	i=10%	i=15%
0	6,44757E-05	6,1545E-05	5,88691E-05
1	7,08844E-05	6,76623E-05	6,47205E-05
2	7,793E-05	7,43877E-05	7,11535E-05
⋮	⋮	⋮	⋮
110	1,084490163	1,035195155	0,99018667
111	1,360544218	1,298701299	1,242236025

**Tabel 4.** Tabel Presentase Dana Tabarru' Laki-laki untuk Biaya Pengelolaan Sebesar 50%

x	$\alpha = 50\%$		
	i=5%	i=10%	i=15%
0	9,0266E-05	8,6163E-05	8,24168E-05
1	9,92381E-05	9,47273E-05	9,06087E-05
2	0,000109102	0,000104143	9,96148E-05
⋮	⋮	⋮	⋮
110	1,518286228	1,449273217	1,386261338
111	1,904761905	1,818181818	1,739130435

**Tabel 5.** Tabel Presentase Dana Tabarru' Perempuan untuk Biaya Pengelolaan Sebesar 30%

x	$\alpha = 30\%$		
	i=5%	i=10%	i=15%
0	4,5642E-05	4,35674E-05	4,16732E-05
1	5,0077E-05	4,78008E-05	4,57225E-05
2	5,4943E-05	5,24456E-05	5,01653E-05



∴	∴	∴	∴
110	0,80917638	0,772395637	0,738813218
111	1,36054422	1,298701299	1,242236025

**Tabel 6.** Tabel Presentase Dana Tabarru' Perempuan untuk Biaya Pengelolaan Sebesar 50%

x	$\alpha = 50\%$		
	i=5%	i=10%	i=15%
0	6,3899E-05	6,09944E-05	5,83425E-05
1	7,0108E-05	6,69212E-05	6,40115E-05
2	7,692E-05	7,34238E-05	7,02314E-05
∴	∴	∴	∴
110	1,13284693	1,081353891	1,034338505
111	1,9047619	1,818181818	1,739130435

Dari ilustrasi tabel presentase dana tabarru', dimisalkan akan dihitung dana tabarru' dengan metode Cost of Insurance untuk seorang laki-laki yang berusia peserta asuransi 41 tahun, nilai investasi sebesar 5% dan biaya pengelolaan sebesar 30%, Peserta asuransi akan mendapatkan uang pertanggungan sebesar Rp.50.000.000,00.

$$COI_{41} = \frac{v \cdot q_{41}}{1 - \alpha} = \frac{(0,952380952) \cdot (0,002304)}{1 - 0,30}$$

$$= 0,003135244$$

Dana tabarru' =  $0,003135244 \times 50.000.000 = 156.762/\text{bulan}$ .

### Kesimpulan

Berdasarkan cara pengelolaannya, asuransi syari'ah terbagi kepada dua bagian, asuransi dengan unsur tabungan dan asuransi tanpa unsur tabungan. Untuk menghitung dana tabarru' tanpa unsur tabungan, besarnya dana tabarru' dihitung dengan menggunakan perhitungan *Cost of Insurance*.

Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil didapatkan parameter  $B=0,0000451807783621278$  dan  $c=1,09939880508156$  untuk laki-laki dan  $B=0,0000320160323677938$  dan  $c=1,09717023811538$  untuk perempuan yang digunakan untuk mencari nilai  $l_x, d_x, p_x$  dan  $q_x$  dengan hukum *Gompertz*.

1. Dengan menggunakan beberapa asumsi tingkat investasi dan dan pengelolaan disimpulkan bahwa semakin usia peserta asuransi bertambah, maka semakin tinggi presentase dana tabarru', hal tersebut diakibatkan karena risiko seseorang yang usianya tinggi lebih besar.
2. Berdasarkan tabel presentase dana tabarru' dengan hukum mortalita *Gompertz* diketahui antara tingkat investasi dengan biaya pengelolaan berbanding terbalik karena semakin rendah tingkat investasi maka presentase semakin tinggi dan sebaliknya untuk biaya pengelolaan.

Hasil perhitungan untuk dana tabarru' dengan studi kasus yang digunakan didapatkan bahwa nilai presentase dana tabarru' sebesar 0,003135244 atau Rp.156.762/bulannya.

### Referensi

- [1] Amrin, A. (2006). Asuransi Syariah. Jakarta: PT Elex Media Komputindo.
- [2] Abdullah, A. (2011). Meraih Berkah Melalui Asuransi Syariah Ditinjau dari Perbandingan dengan Asuransi Konvensional. Jakarta: Elex Media Komputindo.
- [3] Dewan Syariah Nasional Indonesia. (2001). Fatwa DSN NO: 21/DSN-MUI/X/2001 Tentang Pedoman Umum Asuransi Syariah.
- [4] Anwar, K. (2007). Asuransi Syariah, Halal & Maslahat. Solo: Tiga Serangkai.

- [5] Sula, M. S. (2004). Asuransi Syariah (life general): Konsep dan Sistem Operasional . Jakarta: Gema Insani Press.
- [6] Ghazali, P. L., Mohd, I., Mamat, M., & W. Ahmad, W. A. (2012). Integration Model In Premium Life Table Of Family Takaful. Journal of Applied Sciences Research.
- [7] Soemitra, A. (2009). Bank dan Lembaga Keuangan Syariah. Jakarta: Prenadamedia Group.
- [8] Waldi Nopriansyah, Asuransi Syariah, Berkah Terakhir yang tak Terduga, Andi, Yogyakarta, 2016.
- [9] Fitria, Amanah. 2016. Analisis Dana Tabarru' Asuransi Jiwa Syariah Menggunakan Perhitungan Cost of Insurance. Buletin Ilmiah Math. dan Terapannya. Volume 05, No. 1 (2016), hal 53-60.
- [10] Bismo, Setijo. 2015. Pemodelan Teknik Kimia Lanjut - S2 (Materi Kuliah#04): Tambahan: Modul Regresi Linier - Dengan Pemrograman dalam MS-EXCEL (Ctrl-Shift + ENTER).
- [11] Bowers, N.L., Geerber, H.U, Hickman, J.C., Jenes, D.A., dan Nesbit, C.J., 1997, Actuarial Mathematics, Society of Actuaries, Schaumhurg.
- [12] Sholahudin, H. Muhammad. 2011. Kamus Istilah Ekonomi, Keuangan, dan Bisnis Syariah. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.
- [13] Fauziah, Fihria. 2017. "Analisis Kesesuaian Hukum Mortalitas Gompertz Terhadap Tabel Mortalitas Indonesia 2011". Skripsi. Univesrtitas Jenderal Soedirman.
- [14] Dickson, D. C. M., Hardy, M. R and Waters, H. R. 2013. Actuarial Mathematic for Life Contingent Risks. United States of America: Cambridge University Press.
- [15] Futami, Takashi. 1993. Matematika Asuransi Jiwa Bagian I. Oriental Life Insurance Cultural Development Centre, Inc. Tokyo, Japan.

