**Penyelesaian Metode *Quick Simplex* Terhadap Metode Dua Fase dengan Dua Elemen secara Simultan pada Kasus Minimum**

Elfira Safitri1a), Sri Basriati 1b), Mohammad Soleh1c) dan Ade Novia Rahma1d)

1Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau

Jl. HR. Soebrantas km 15,5, Pekanbaru, Indonesia 28293  
  
a)email: [elfira.safitri@uin-suska.ac.id](mailto:elfira.safitri@uin-suska.ac.id)

b) email: [sribasriati@uin-suska.ac.id](mailto:sribasriati@uin-suska.ac.id)  
c) email: [msoleh@uin-suska.ac.id](mailto:msoleh@uin-suska.ac.id)

d) email: [adenoviarahma\_mufti@yahoo.co.id](mailto:msoleh@uin-suska.ac.id)

**Abstrak**

Program linier merupakan suatu cara untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber terbatas secara optimal. Salah satu metode yang digunakan dalam penyelesaian metode simpleks untuk kendala campuran adalah metode dua fase. Ada Suatu pendekatan baru untuk menyelesaikan permasalahan program linier yaitu dengan metode *quick* simpleks. Solusi penyelesaian dengan metode *quick* simpleks dilakukan menggunakan matriks untuk mengurangi jumlah iterasi yang diperlukan untuk mencapai solusi yang optimal. Langkah-langkah penyelesaian untuk kasus minimum sama dengan kasus maksimum, yang menjadi perbedaan hanya pengambilan *entering variable* yaitu diambil nilai positif pada baris *zj-cj* kasus minimum. Adapun metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode metode quick simpleks dua fase. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui solusi optimal dari penyelesaian metode *quick* simpleks pada metode dua fase untuk kasus minimum. Berdasarkan hasil penelitian bahwa metode *quick* simpleks pengambilan *entering variable* dan *leaving variable* dapat diambil dua elemen sekaligus sehingga menghasilkan iterasi yang lebih sedikit dari metode dua fase biasa.

*Kata kunci:* Program Linier*,* metode dua fase, metode *quick* simpleks dua fase.

**Abstract**

*Linear programming is a way to solve the problemof allocating limiter resources optimally. One of the methods used in solving the simplex method for mixed constraints is the two-phase method. There is a new approach to solve linear programming problems, namely the quick simplex method is carried out using a matrix to reduce the number of iterations needed to achieve the optimal solution. Completion step for the minimum case are the same as for the maximum case, the difference is only taking the entering variable, namely taking a positive value on the zj-cj line minimum case. The method used in this research is the two-phase quick simplex method. The purpose this study to find out the optimal solution for solving the quick simplex method in the two-phase method for the minimum case. Based on the research result, the quick simplex metode of entering variables and leaving variables can be taken two elements at simultaneously,resulting in fewer iterations than the usual two-phase method.*

*Keywords: Linear programming, two-phase method, two-phase quick simplex method.*

**Pendahuluan**

Optimasi merupakan suatu aktivitas untuk mendapatkan hasil terbaik atau optimum dari suatu permasalahan yaitu memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan. Permasalahan tersebut dibedakan atas dua macam fungsi yaitu fungsi linier dan fungsi nonlinier. Untuk melakukan optimasi atau pencarian solusi optimal pada program linier, metode yang umum digunakan adalah metode simpleks [3].

Program linier merupakan teknik perencanaan dan membuat keputusan menggunakan model matematika dengan tujuan untuk menemukan kombinasi-kombinasi produk yang terbaik, dalam menyusun suatu alokasi sumber daya yang terbatas guna untuk mencapai tujuan yang digunakan dengan secara optimal. Ada berbagai metode penyelesaian untuk mendapatkan solusi dari masalah program linier, yaitu dengan cara metode simpleks, metode grafik dan metode dual simpleks [2].

Salah satu metode yang digunakan dalam penyelesaian metode simpleks untuk kendala campuran yang bertanda “” dan bertanda “” yaitu metode simpleks dua fase atau simplex two-phase. Metode simpleks dua fase merupakan salah satu metode dalam program linier yang digunakan untuk melakukan optimasi yang melibatkan banyak batasan atau kendala campuran dan variabel yang terdapat dalam suatu permasalahan. Metode simpleks dua fase memiliki kelebihan, yakni salah satunya metode simpleks dua fase dapat memberikan jawaban ada atau tidaknya suatu solusi fisibel [1].

Ada Suatu pendekatan baru untuk menyelesaikan permasalahan program linier yaitu dengan metode *quick* simpleks. Solusi penyelesaian dengan metode *quick* simpleks dilakukan menggunakan matriks untuk mengurangi jumlah iterasi yang diperlukan untuk mencapai solusi yang optimal. Metode ini melibatkan jumlah iterasi yang lebih sedikit untuk mencapai solusi yang optimal. Karena metode mencoba mengganti lebih dari satu variabel dasar secara bersamaan [5].

Penelitian terdahulu terkait dengan metode *quick* simpleks yaitu penelitian yang dilakukan oleh Vaidya dan Kasturiwale [7] yang berjudul “*application of quick simplex method (A New Approach) On To Phase Method*”. Penelitian tersebut membahas mengenai penyelesaian metode simpleks dua fase dan diaplikasikan dengan metode *quick* simpleks pada fase I dan fase II. Pada penelitian ini menunjukkan bahwa iterasi yang dibutuhkan sama atau kurang, tetapi iterasi yang diperlukan tidak pernah lebih dibandingkan dengan metode simpleks. Selanjutnya, penelitian N.V Vaidya [8] yang berjudul “*Application of Quick Simplex Method on the Dual Simplex Method (A New Approach)*”. Penelitian tersebut membahas tentang mengaplikasikan metode dual simpleks menggunakan metode *quick* simpleks. Metode *quick* simpleks mencoba untuk menggantikan lebih dari satu variabel dasar secara simultan sehingga melibatkan lebih sedikit iterasi atau sama dari pada dalam metode dual simpleks standar.

Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh Yuhandi [9] yang berjudul “ Penyelesaian Program Linier menggunakan metode simpleks dua fase dan metode *Quick Simplex* Dua Fase”. Penelitian tersebut membahas metode dua fase dan *quick* simpleks untuk kasus maksimum. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa pada fase I metode dua fase terdapat empat kali iterasi sedangkan metode *quick* simpleks hanya satu kali iterasi.

Berdasarkan penelitian [9] penulis tertarik melakukan penelitian mengenai metode *quick* simpleks dua fase untuk kasus minimum. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui solusi optimal dari penyelesaian metode *quick* simpleks pada metode dua fase untuk kasus minimum.

**Metode dan Bahan Penelitian**

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur dengan mengumpulkan data dan informasi berupa materi-materi yang berkaitan dengan penelitian seperti buku, jurnal dan internet. Adapun metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *quick* simpleks dua fase.

**Metode *Quick Simplex***

Metode *quick simplex* ini telah di ilustrasikan dengan memberikan solusi pemecahan masalah dalam metode dua fase sehingga melibatkan lebih sedikit iterasi [4]. Langkah-langkah pada metode *quick* simpleks untuk kasus minimum hampir sama dengan kasus maksimum, perbedaannya pada Langkah ke-3 pengambilan *entering variable.* Langkah-langkah dalam penerapan metode *quick simplex* terhadap metode dua fase untuk kasus minimum:

Fase 1: Menentukan solusi fisibel

Fase ini digunakan untuk menguji apakah persoalan yang dihadapi memiliki penyelesaian fisibel atau tidak. Pada fase ini fungsi tujuan semula diganti dengan *meminimumkan jumlah variabel artifisialnya.* Jika nilai minimum fungsi tujuan baru ini berharga nol (artinya seluruh variabel artifisial berharga nol), berarti persoalan memiliki solusi fisibel, lanjutkan ke fase II. Tetapi, jika nilai minimum fungsi tujuan baru ini berharga positif, maka persoalan tidak memiliki penyelesaian feasibel. STOP.

Solusi dikatakan fisibel jika nilai  atau tidak ada yang bernilai positif.

1. Mengubah model program linier kedalam bentuk standar
2. Menbuat tabel awal simpleks
3. Menentukan *entering variable*

*Entering variable* ditentukan dengan cara melihat nilai bernilai positif. Mencari nilai  menggunakan rumus:

 (1)

Keterangan:

 : Koefisien variabel basis fungsi tujuan

 : Koefisien variabel fungsi kendala, 

 : Koefisien variabel fungsi tujuan, 

1. Menentukan *leaving variable*

*Leaving variable* ditentukan dengan cara melihat nilai rasioi positif terkecil pada kolom rasio yang dipilih menjadi *leaving variable.*

1. Menentukan nilai R, R adalah determinan dari matriks A. Matriks A adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan atau fungsi yang dibatasi dengan tanda kurung. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri atau elemen dalam matriks. Matriks A diperoleh dengan menggunakan basis dan kolom yang mengandung elemen pivot yang terdapat pada Tabel 1 dibawah ini:

**Tabel 1.** Matriks A Metode *Quick Simplex*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | NK |  |  |  |  |
| Pivot |  |  |  |  |  |  |  |
|  | Pivot |  |  |  |  |  |  |
|  |  | Pivot |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

NK: Nilai ruas kanan

Berdasarkan Tabel 1, sehingga didapatkan mariks A sebagai berikut:



Keterangan:

: Koefisien matriks 

 : Kolom vektor untuk nilai ruas kanan

 : Variabel *slack*

Jika ,  adalah elemen pivot ketika dan adalah vektor yang masuk dalam tabel simpleks awal, sehingga didapatkan rumus untuk dua variabel sebagai berikut:

 (2)

1. Menentukan elemen baru menggunakan metode *quick simplex*

Elemen baru diperoleh dari rasio dua determinan yang penyebutnya adalah R. Jika terdapat dua variabel mencari nilai elemen dalam tabel simpleks baru menggunakan rumus yang dilihat pada Tabel 2 berikut:

**Tabel 2.** Mencari Nilai ,, dan

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

1. Solusi dikatakan fisibel jika elemen pada  Jika masih ada yang bernilai positif maka lanjutkan iterasi menggunakan eliminasi Gauss-Jordan, jika sudah bernilai negatif atau nol maka lanjutkan ke fase 2.

**Fase 2:** Menentukan solusi optimal.

Gunakan penyelesaian basis optimum dari fase I sebagai solusi awal bagi persoalan semula. Dalam hal ini ubahlah bentuk fungsi tujuan fase I dengan mengembalikannya pada fungsi tujuan persoalan semula. Adapun langkah-langkah mendapatkan solusi optimal fase 2 yaitu:

1. Menbuat tabel awal simpleks fase 2
2. Menentukan *entering variable*

*Entering variable* ditentukan dengan cara melihat nilai bernilai positif.

1. Menentukan *leaving variable*

*Leaving variable* ditentukan dengan cara melihat nilai rasioi positif terkecil pada kolom rasio yang dipilih menjadi *leaving variable.*

1. Menghitung koefisien variabel baris baru

Melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk mengubah tabel baru.

1. Solusi dikatakan optimal jika elemen pada  atau sudah tidak ada yang bernilai positif [7].

**Hasil dan Diskusi**

Penelitian ini menggunakan contoh kasus yang akan diselesaikan menggunakan metode *quick* simpleks dua fase. Berikut diberikan model program linier:

Min  (3)

kendala



Selesaikan model program linier di atas menggunakan metode *quick* simpleks dua fase ?

**Penyelesaian:**

Langkah-langkah menyelesaikan permasalahan menggunakn metode *quick* simpleks:

**Fase 1 :** Menentukan solusi fisibel

**Langkah 1 :** Mengubah kedalam bentuk standar.

Mengubah model kedalam bentuk standar dengan menambahkan variabel *slack* untuk yang bertanda “”yaitu  dan mengurangi variabel *surplus* untuk yang bertanda “” serta menambahkan variabel *artificial* “”. Berdasarkan Persamaan (3) diperoleh bentuk standar sebagai berikut:

Min  (4)

kendala



**Langkah 2 :** Menentukan tabel awal simpleks

Setelah dikonversikan kedalam bentuk standar, selanjutnya akan ditentukan variabel basis dan variabel non basis. Variabel basisnya adalah , dan . Sedangkan yang menjadi variabel non basisnya adalah , , , ,  dan . Setelah ditentukan variabel basis dan variabel non basis, elemen-elemen yang ada pada Persamaan (4) dimasukkan kedalam awal simpleks yang dapat dilihat pada Tabel 3 berikut:

**Tabel 3.** Solusi Awal Fase Pertama

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  | NK | Rasio 1 | Rasio 2 |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

NK: Nilai ruas kanan

**Langkah 3 :** Menentukan *entering variable* secara simultan.

*Entering variable* dipilih dari nilai  yang bernilai positif. Berdasarkan Tabel 3, dipilih  dan  sebagai *entering variable*.

**Langkah 4 :** Menentukan *leaving variable* secara simultan.

*Leaving variable* ditentukan dengan melihat nilai positif terkecil pada kolom rasio. Berdasarkan Tabel 3, dipilih  dan  sebagai *leaving variable.*

**Langkah 5 :** Menentukan elemen bintang.

Menentukan nilai R, R adalah determinan matriks dari A. Matriks A adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan atau fungsi yang dibatasi dengan tanda kurung dan nilai R diambil dari elemen-elemen yang terdapat pada Tabel 3, dimana kolom , (*entering variable*) serta baris ,  ( *leaving variable*), maka menggunakan rumus R untuk dua variabel secara simultan yang ada pada Tabel 2. Nilai R disajikan dalam Tabel 4 berikut:

**Tabel 4.** Nilai R Metode *Quick* Simpleks Fase

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  | NK | Rasio 1 | Rasio 2 |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

NK: Nilai ruas kanan

Berdasarkan Tabel 4, didapatkan matriks A adalah sebagai berikut:



Karena *leaving variable* dan *entering variable* ada dua, maka elemen-elemen yang tidak ada diantara *leaving variable* dan *entering variable* tidak dimasukkan dalam R. Sesuai dengan urutan *leaving variable* yang pertama keluar. Maka didapat nilai R yaitu:



**Langkah 6 :** Menentukan nilai elemen untuk tabel simpleks baru

Karena *leaving variable* dan *entering variable* dua, maka menggunakan rumus untuk dua variabel secara simultan seperti yang ada pada Tabel 2 sehingga diperoleh tabel simpleks baru yang disajikan dalam Tabel 5 berikut:

**Tabel 5.** Nilai Elemen Baru Metode *Quick* Simpleks Dua Fase

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  | NK |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

NK:Nilai ruas kanan

Karena  pada kolom  masih bernilai positif yaitu  maka solusi belum fisibel, lanjutkan iterasi menggunakan eliminasi Gauss-Jordan yang dapat dilihat pada Tabel 6 berikut:

**Tabel 6.** Iterasi 1 Metode *Quick* Simpleks Fase 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | |  | NK | Rasio 1 |
|  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |

NK: Nilai ruas kanan

**Langkah 3 :** Menentukan *entering variable* secara simultan.

*Entering variable* dipilih dari nilai  yang bernilai positif. Berdasarkan Tabel 6, dipilih  sebagai *entering variable*.

**Langkah 4 :** Menentukan *leaving variable* secara simultan.

*Leaving variable* ditentukan dengan melihat nilai positif terkecil pada kolom rasio.

**Langkah 5 :** Menghitung koefisien variabel baris baru

Melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk mengubah tabel baru yang dapat dilihat pada Tabel 7 berikut:

**Tabel 7.** Iterasi 2 Metode *Quick* Simpleks Fase 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | |  | NK |
|  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  |  |  | -4 | -5 | | 5 | 6 |
|  |  |  |  | 1 | 0,6 | 1 | | -1 | 0,3 |
|  |  |  |  | 0 | 6 | 5 | | -5 | 6 |
|  |  |  |  | 0 | -1 | 0 | | -1 |  |

NK: Nilai ruas kanan

Berdasarkan Tabel 7, nilai , maka solusi sudah fisibel, sehingga proses iterasi dilanjutkan ke Fase 2.

**Fase 2 :** Menentukan solusi optimal.

Berdasarkan Persamaan (3) fungsi tujuan awal, koefisien fungsi tujuan awal dimasukkan kedalam Tabel 8 berikut:

**Tabel 8.** Solusi Awal Metode *Quick* Simpleks Fase 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | *NK* | *Rasio* |
|  |  | *S1* | *S3* |
| 0,4 |  |  |  |  | -5 | 6 | -1,2 |
|  |  |  |  | 1 | 1 | 0,3 | 0,3 |
| 0,5 |  |  |  | 0 | 5 | 6 | 1,2 |
|  |  | 0,4 | 0,5 | 0 | 0,5 |  |  |

NK: Nilai ruas kanan

**Langkah 3 :** Menentukan *entering variable*.

*Entering variable* dipilih dari nilai , yang bernilai positif. Karena pada baris  yg bernilai positif ada dua yaitu  dan  maka pilih salah satu yaitu dipilih  sebagai *entering variable*.

**Langkah 4 :** Menentukan *leaving variable*

*Leaving variable* ditentukan dengan melihat nilai positif terkecil pada kolom rasio. Berdasarkan Tabel 8, dipilih  sebagai *leaving variable*

**Langkah 5 :** Menghitung koefisien variabel baris baru

Melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk mengubah tabel baru yang dapat dilihat pada Tabel 9.

**Iterasi 1**

**Tabel 9.** Iterasi 1 Metode *Quick* Simpleks Fase 2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | *NK* |
|  |  | *S1* | *S3* |
| 0,4 |  |  |  | 5 | 0 | 7,5 |
|  |  |  |  | 1 | 1 | 0,3 |
| 0,5 |  |  |  | -5 | 0 | 4,5 |
|  |  | 0,4 | 0,5 | 0,5 | 0 |  |

NK: Nilai ruas kanan

Berdasarkan Tabel 9, nilai masih ada yang bernilai positif maka iterasi tetap dilanjutkan. Karena *entering variable* dan *leaving variable* sama dengan iterasi 1 atau berulang, maka solusi dianggap sudah optimal, sehingga diperoleh hasil optimum yaitu  , ,dan dengan 

Berikut ringkasan hasil metode dua fase dan metode *quick* simpleks dua fase yang disajikan pada Tabel 10:

**Tabel 10.** Hasil Ringkasan Kedua Metode

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Metode | Jumlah Iterasi | |
| Fase 1 | Fase 2 |
| Metode Dua Fase | 4 | 2 |
| Metode Quick Simpleks Dua Fase | 3 | 1 |

**Kesimpulan**

Berdasarkan hasil penelitian, maka dapat disimpulkan bahwa pengambilan *entering variable* dan *leaving variable* untuk metode *quick* simpleks dua fase dapat diambil dua elemen sekaligus sehingga menghasilkan iterasi yang lebih sedikit dibandingkan dengan metode dua fase biasa. Ulntuk langkah-langkah penyelesaian kasus minimum sama dengan kasus minimum, yang menjadi perbedaan hanya pengambilan *entering variable* yaitu yang bernilai positif pada baris zj-cj. Berdasarkan contoh kasus yang dikerjakan maka diperoleh metode *quick* simpleks dua fase menghasilkan nilai yang sama dengan metode dua fase yaitu  , ,dan dengan 

**Referensi**

[1] Adinegoro, P., Putri, R. R. M., & Ratnawati, D. E. “Optimasi Biaya Pemenuhan Asupan Gizi pada Makanan Bagi Anak-Anak Menggunakan Metode Simpleks Dua Fase”. *Jurnal Pengembangan Teknologi Informasi Dan Ilmu Komputer (J-PTIIK) Universitas Brawijaya*, *1*(10), 1110–1119. 2017.

[2] Dimyati, Tjutju dan Dimyati Ahmad.“*Operation Research,* Model-Model Pengambilan Keputusan”. Penerbit Sinar Baru Algesindo, Bandung. 2009.

[3] Safitri. E,. “Penyelesaian Program Linier menggunakan Metode *Interior Point* dan Metode Simpleks*”*. *Skripsi*. Fakultas Sains dan Teknologi. UIN Suska Riau. 2012.

[4] Vaidya NV, dan Kasturiwale NN. “Optimum Solution to the Simplex Method – An Alternative Approach”. *International Journal of Latest Trends in Mathematics (IJLTCM). E-ISSN: 2049 – 2561.* 2012.

[5] Vaidya NV, dan Kasturiwale NN. “Quick Simplex Algorithm for Optimal Solution to the Linear Programming Problem along with Theoretical Proof of Formulae”. *Int. J Latest Trend Math, (IJLTM).* (E-ISSN-2049- 2561). 4(2):183-200. 2014.

[6] Vaidya NV, dan Kasturiwale NN. “Quick simplex algorithm for optimal solution to the linear programming problem along with theoretical proof of formulae”. *Int. J Latest Trend Math, (IJLTM).* (E-ISSN-2049- 2561). 4(2):183-200. 2014.

[7] Vaidya NV, dan Kasturiwale NN. “Application of Quick Simplex Method (A New Approach) on Two- Phase Method”. *British Journal of Mathematics & Computer Science*. *Science domain International*. 16 (1) : 1 – 15 : Article no. BJMCS . 24440 ISSN: 2231-0851. 2016.

[8] Vaidya NV. “Application of quick simplex method on the dual simplex method (A New Approac)’’. *British Journal of Mathematics & Computer Science*. *Science domain International*. 24 (5) : 1 – 19 : Article no. JAMCS . 36357 ISSN: 2231-0851. 2017.

[9] Yuhandi. “Penyelesaian Program Linier menggunakan Metode Simpleks Dua Fase dan Metode *Quick* Simpleks Dua Fase”. *Skripsi*. Fakultas Sains dan Teknologi. UIN Suska Riau. 2021.