

Optimisasi Portofolio *Expected Shortfall* pada Saham Sektor Energi dan Pertambangan

Nurul Fadilah^{1, a)}, Betty Subartini^{1, b)}, Firman Sukono^{1, c)}

¹*Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Padjadjaran*

^{a)} *email: fadil.nurulf@gmail.com*

^{b)} *email: betty.subartini@unpad.ac.id*

^{c)} *email: sukono@unpad.ac.id*

Abstrak

Saham sebagai salah satu produk investasi di pasar modal Indonesia tentunya memiliki risiko yang dapat memengaruhi keputusan investor dalam berinvestasi. Dalam menentukan risiko dapat dilakukan dengan melihat diversifikasi portofolio dari beberapa saham. Data saham meliputi perusahaan energi dan pertambangan yang memenuhi kriteria kapitalisasi pasar besar dan *Debt to Equity Ratio* (DER) rendah. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk membentuk diversifikasi portofolio adalah *Expected Shortfall* (ES). ES adalah nilai ekspektasi dari return, jika return tersebut melampaui batas maksimum (*Value-at-Risk*) dengan tujuan untuk memperkecil risiko investasi. Dari perhitungan ES didapat masing-masing proporsi saham dalam satu portofolio optimal, dari beberapa portofolio yang dibentuk terlihat bahwa portofolio yang terdiri dari kombinasi saham paling banyak maka portofolio tersebut menghasilkan risiko yang paling rendah. Data dalam penelitian ini adalah data harga penutupan saham harian sektor energi dan pertambangan periode Januari 2016 – Januari 2019. Ada beberapa tahap dalam penelitian ini. Langkah pertama adalah menghitung nilai *return* setiap saham perusahaan. Kemudian menghitung nilai *expected return* dan korelasi antar saham dari setiap saham perusahaan. Setelah itu pembentukan portofolio dan perumusan portofolio dengan menggunakan *Expected Shortfall* dengan fungsi tujuan yang dibentuk. Dari portofolio yang dibentuk, dipilih kombinasi saham yang paling kecil risikonya.

Kata kunci: saham, risiko, optimisasi, expected shortfall

Abstract

Stocks as one of the investment products in the Indonesian capital market, certainly have risks that can affect investor decisions in investing. Determining risk can be done by looking at the diversification of the portfolio of several stocks. Stock data includes energy and mining companies that fulfill the criteria for large market capitalization and low Debt to Equity Ratio (DER). One method that can be used to form portfolio diversification is the Expected Shortfall (ES). ES is the Expected value of the return if the return exceeds the maximum return limit (Value-at-Risk), with the aim of minimizing investment risk. From the ES calculation, each proportion of stocks in an optimal portfolio is obtained, from several portfolios formed, it can be seen that the portfolio which consists of the most combination of shares, the portfolio produces

the lowest risk. The data in this study are data on closing prices of the daily shares of the energy and mining sectors for the period January 2016 - January 2019. There are several stages in this study. The first step is to calculate the return value of each company stock. Then calculate the expected return value and the correlation between shares of each company stock. After that, portfolio formation and portfolio formulation using Expected Shortfall with the objective function formed. From the formed portfolio, the combination of stocks with the least risk will be selected.

Keywords: stocks, risk, optimization, expected shortfall

Pendahuluan

Investasi adalah salah satu variabel terpenting dalam ekonomi. Dengan investasi berarti produksi barang yang akan digunakan untuk menghasilkan barang lain. Definisi ini berbeda dari penggunaan populer, di mana keputusan untuk membeli saham atau obligasi dianggap sebagai investasi. Investasi biasanya merupakan hasil dari konsumsi yang berkelanjutan [1].

Investasi banyak macamnya, salah satunya saham. Saham atau juga dikenal sebagai ekuitas adalah jenis keamanan yang menandakan kepemilikan proporsional dalam perusahaan penerbit. Ini memberikan hak kepada pemegang saham atas proporsi aset dan pendapatan korporasi. Investor akan membeli saham ketika harga saham *undervalue* dan menjual saham saat harga saham dinilai sangat tinggi. Membeli saham saat harga rendah dan menjual saham saat harga naik menyebabkan investor mendapat untung. Dalam berinvestasi apalagi saham, tentunya memiliki risiko yang mengakibatkan kerugian terhadap investor.

Risiko tidak dapat dihilangkan, namun dapat diminimalkan. Pengukuran risiko dan pengoptimalan memerlukan metrik, ukuran risiko. Dalam teori asli Optimalisasi portofolio *Markowitz* [2]. Perlakuan simetris dari kerugian dan keuntungan dianggap tidak dapat dibenarkan dari sudut pandang investor, oleh karena itu ide pengukuran risiko *downside*, yang hanya berfokus pada kerugian diubah dengan memaksimalkan keuntungan [3]. Usaha untuk meminimalkan risiko dalam berinvestasi banyak dilakukan oleh investor. Salah satu metode yang digunakan dalam usaha meminimalkan risiko investasi adalah metode *Expected Shortfall* (ES), secara umum ES didefinisikan sebagai ekspektasi ukuran risiko yang nilainya di atas *Value-at-Risk* (VaR). Sedangkan VaR merupakan kerugian (*return* negatif) maksimum yang mungkin terjadi selama periode waktu pada tingkat kepercayaan tertentu [4].

Beberapa peneliti menggunakan *Expected Shortfall* (ES) sebagai alternatif ukuran risiko dari *Value-at-Risk* (VaR). Pada tahun 2000, *Rockafellar* dan *Uryasev* memperkenalkan untuk pertama kalinya ES dan rumus untuk meminimalkannya dalam optimalisasi. Sebagai ukuran risiko alternatif, ES dikenal lebih aman dibandingkan dengan VaR. Karena VaR mengabaikan setiap kerugian yang melampaui tingkat VaR [5]. Setelah itu cukup banyak penelitian tentang metode *Expected Shortfall*, seperti pada penelitian *Tasche et.al.* [6], menjelaskan tentang risiko *Expected Shortfall* sebagai alternatif untuk menghitung *Value-at-Risk* karena merupakan risiko yang koheren, meskipun dalam kenyataannya masih banyak cara yang dapat dilakukan untuk menyelidiki lebih baik dalam masalah statistik, probabilitas dan komputasi yang diangkat oleh penggunaan ES, namun ES dapat lebih teliti lagi dalam penggunaannya, dan semua teknik yang dikembangkan dalam beberapa tahun terakhir bertujuan untuk efisiensi perhitungan VaR. Kemudian pada penelitian yang dilakukan oleh *Kondor et.al.* [7] mengatakan semakin besar panjang deret waktu yang diperlukan untuk optimalisasi portofolio akan membuat semakin rendah nilai risikonya sehingga memperkecil kemungkinan kerugian yang lebih besar dalam investasi. Lalu dijelaskan lebih dalam pada penelitian yang dilakukan *Caccioli et.al.* [8] menjelaskan bahwa ES mempertimbangkan masalah pemilihan

portofolio optimal di bawah ukuran risiko, walaupun ES mempertimbangkan hal yang diabaikan oleh VaR, tetapi nilai ES juga masih sangat tinggi, sehingga perlu pengembangan atau metode lain untuk memperkecil nilai kerugiannya. Tetapi ES jauh lebih baik daripada VaR, karena VaR dari portofolio yang dioptimalkan ES.

Berdasarkan uraian di atas, pada penelitian ini akan dikaji model *Expected Shortfall* (ES) untuk menentukan pemilihan portofolio saham optimal dari kombinasi saham beberapa perusahaan untuk memilih portofolio yang paling kecil risikonya. Model ES dipilih karena ES mempertimbangkan masalah pemilihan portofolio optimal di bawah ukuran risiko (VaR), selain itu ES juga merupakan ukuran risiko yang koheren, sehingga dipilih untuk digunakan sebagai alat menghitung risiko portofolio.

Metode

1. Objek Penelitian

Objek dalam penelitian ini menggunakan data sekunder berupa data yang bersifat runtun waktu (*time series*) harian. Data yang dipilih adalah lima data penutupan saham (*closing price*) perusahaan yang terdaftar pada IDX yaitu Adaro Energy Tbk (ADRO), Aneka Tambang Tbk (ANTM), Bumi Resource Tbk (BUMI), Surya Esa Perkasa Tbk (ESSA), Vale Indonesia Tbk (INCO). Perusahaan dipilih dengan kriteria tingkat kapitalisasi pasar tinggi dan DER yang rendah. Jangka waktu saham yang digunakan sejak bulan Januari 2016 – Januari 2019. Diasumsikan dana investasi terbatas sebesar 1 milyar rupiah. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Expected Shortfall* (ES), dibentuk menggunakan metode pengali *Lagrange* (*Lagrange Multipliers*).

2. Tingkat Return Asset

Model penetapan harga aset berupaya untuk menghubungkan pengembalian yang diharapkan saham dengan atributnya. Model penetapan harga aset klasik, seperti Sharpe *et.al.* [9], Lintner *et.al.* [10] dan Black *et.al.* [11], memprediksi bahwa pengembalian aset yang diharapkan harus secara positif terkait dengan risiko pasar sistematisnya. *Return* merupakan salah satu faktor yang memotivasi investor berinteraksi dan juga merupakan imbalan atas keberanian investor dalam menanggung risiko atas investasi yang dilakukannya. Singkatnya *return* adalah keuntungan yang diperoleh investor dari dana yang ditanamkan pada suatu investasi [12]. Rumus total tingkat pengembalian suatu investasi saham dapat ditulis sebagai berikut:

$$\text{Return total} = \text{yield} + \text{Capital gain atau Capital loss} \quad (1)$$

Cara memperoleh *return* sendiri dapat dihitung menggunakan rumus:

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}} \quad (2)$$

dengan ekspektasi *return* saham:

$$E(R) = \frac{\sum_{i=1}^n R_{i,t}}{n} \quad (3)$$

Keterangan: $R_{i,t}$: *Return* saham i pada waktu t ; $P_{i,t}$: Harga saham i pada periode t ; dan $P_{i,t-1}$: Harga saham i pada periode $t - 1$.

3. Tingkat Return Portofolio

Portofolio adalah kumpulan dari *instrument* investasi yang dibentuk untuk memenuhi suatu sasaran umum investasi, jika seorang investor berkeinginan untuk memaksimalkan keuntungan yang diharapkan daripada portofolio, dana sebaiknya diletakkan dalam sekuritas yang mempunyai harapan keuntungan

yang maksimum [2]. Dalam proses perhitungan *return* portofolio, beberapa hal yang perlu diperhatikan adalah proporsi dari masing-masing saham dan *return* dari saham tersebut. Jumlah proporsi dari saham ($w_i, i = 1 \dots n$) pada suatu portofolio sama dengan satu, atau jika ditulis secara matematis:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (4)$$

Perhitungan *return* portofolio dilakukan dengan rumus:

$$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \dots + w_n R_n = \sum_{i=1}^n w_i R_i \quad (5)$$

Selain perhitungan *return*, perhitungan ekspektasi *return* juga diperlukan sebagai penanda rata-rata tertimbang dari tingkat keuntungan yang diharapkan dari masing-masing aset pada portofolio. Perhitungan *expected return* dilakukan menggunakan rumus:

$$\overline{R_p} = E[R_p] = w_1 \overline{R_1} + w_2 \overline{R_2} + \dots + w_n \overline{R_n} = \sum_{i=1}^n w_i \overline{R_i} \quad (6)$$

Keterangan: w_i : proporsi aset i ; R_p : *return* portofolio; $\overline{R_p}$: *expected return* portofolio; $\overline{R_i}$: rata-rata aset i

4. Varian dan Kovarian Portofolio

Secara matematis, rumus yang digunakan untuk menghitung varian dan kovarian adalah:

Varian

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n [R_i - E(R)]^2}{n-1} \quad (7)$$

Kovarian

$$\sigma_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^n [(R_{A,i} - E(R_A)) \cdot (R_{B,i} - E(R_B))]}{n-1} \quad (8)$$

Keterangan: R_i : *return* saham i ; $E(R)$: *expected return* saham

Untuk portofolio dari gabungan beberapa saham, misalkan terdapat dua saham yaitu saham i dan saham j . Secara matematis, rumus yang digunakan untuk menghitung varians adalah:

$$\sigma_p^2 = \sum_{ij} w_i w_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (9)$$

Keterangan: σ_p^2 : varian *return* portofolio; σ_{ij} : kovarian antara *return* saham i dan j ; σ_{ii} : varian *return* saham i ; w_i : proporsi yang diinvestasikan pada saham i ; w_j : proporsi yang diinvestasikan pada saham j .

Varian dan kovarian portofolio dapat dibentuk sebagai matriks varian dan kovarian, sebagai berikut:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} w_1^2 \sigma_1^2 & w_1 w_2 \sigma_{12} & \dots & w_1 w_n \sigma_{1n} \\ w_2 w_1 \sigma_{21} & w_2^2 \sigma_2^2 & \dots & w_2 w_n \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n w_1 \sigma_{n1} & w_n w_2 \sigma_{n2} & \dots & w_n^2 \sigma_n^2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

5. Metode Expected Shortfall

Expected Shortfall adalah nilai ekspektasi dari *return* jika *return* tersebut melampaui batas *return* maksimum (Value-at-Risk) [8]. Secara umum *Expected Shortfall* dapat ditulis secara matematis:

$$\sigma_w^2 = \frac{1}{N} \sum_i (w_i^2 - (\overline{w_i})^2) \quad (11)$$

Karena nilai rata-rata w_i selalu 1, maka persamaan menjadi:

$$\begin{aligned} \sigma_w^2 &= \frac{1}{N} \sum_i (w_i^2 - (\overline{w_i})^2) &&= \frac{1}{N} \sum_i (w_i^2 - (1)^2) \\ &&&= \frac{1}{N} \sum_i w_i^2 - 1 \end{aligned}$$

Bergantung pada jenis investor institusi, posisi mungkin terbatas atau bahkan dikecualikan oleh kendala hukum dan atau likuiditas [13]. Namun, ketika mereka hadir, bahkan jika tunduk pada batas, mereka berkontribusi besar terhadap ketidakstabilan ES oleh Acerbi dan Tasche [14],[15].

6. Model Optimisasi Portofolio

Pembentukan portofolio optimal dapat ditentukan menggunakan *Expected Shortfall* (ES), dengan fungsi tujuan yaitu meminimumkan varians.

Meminimalkan
$$\sigma_p^2 = \sum_{ij} w_i w_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

dengan syarat:

$$\frac{1}{N} \sum_i w_i^2 - 1 \leq 0 \tag{12}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Karena permasalahan optimisasi harus *non-negative*, maka syarat batasnya diubah menjadi:

Meminimalkan
$$\sigma_p^2 = \sum_{ij} w_i w_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

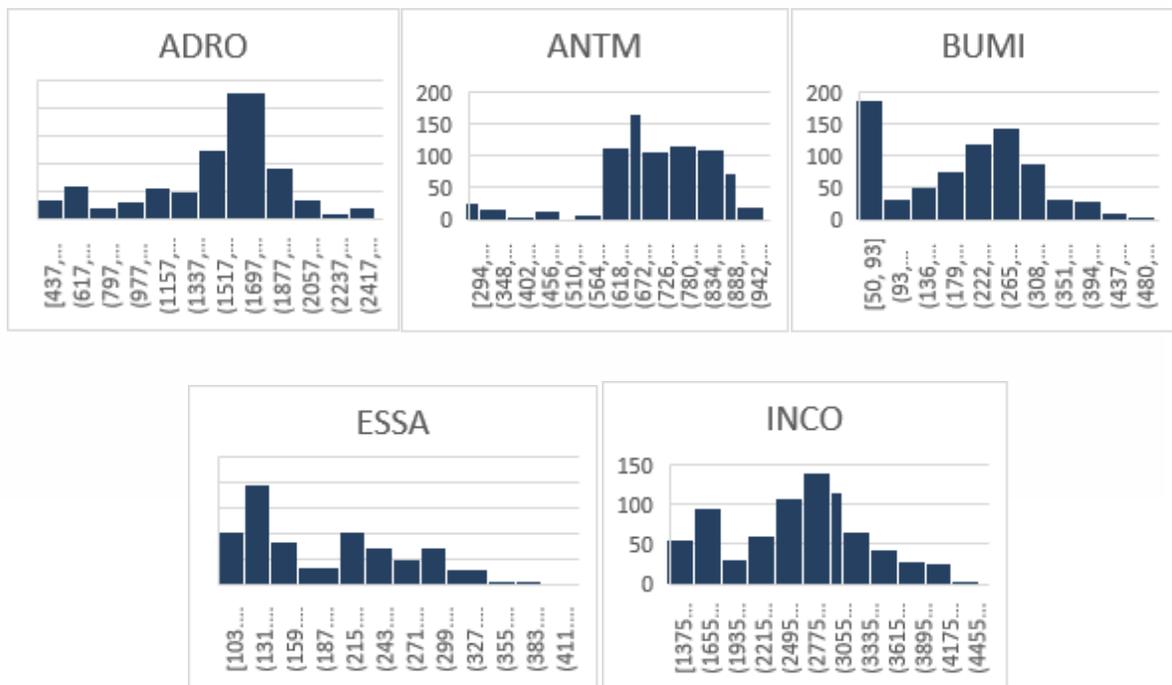
dengan syarat:

$$1 - \frac{1}{N} \sum_i w_i^2 \geq 0 \tag{13}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Hasil dan Diskusi

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data harga penutupan saham harian periode Januari 2016 – Januari 2019, secara ringkas disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Histogram Harga Penutupan Saham Harian

Gambar 1 menunjukkan bahwa histogram penutupan saham harian setiap perusahaan terpilih cenderung fruktatif sehingga sebaran data dalam distribusi frekuensi tidak merata.

1. Perhitungan *Return* dan Ekspektasi *Return*

Menghitung nilai *return* saham harian perusahaan terpilih yaitu Adaro Energy Tbk (ADRO), Aneka Tambang Tbk (ANTM), Bumi Resource Tbk (BUMI), Surya Esa Perkasa Tbk (ESSA), Vale Indonesia Tbk (INCO) dengan menggunakan persamaan (2).

Selanjutnya, menghitung ekspektasi *return* saham dan risiko setiap perusahaan dengan menggunakan persamaan (3) dan (7), disajikan pada Tabel 1:

Tabel 1. Ekspektasi *Return* Saham dan Risiko Periode Januari 2016 – Januari 2019

No.	Kode Saham	Ekspektasi <i>Return</i>	Risiko
1.	ADRO	0.001333	0.000834
2.	ANTM	0.001523	0.000674
3.	BUMI	0.001562	0.002219
4.	ESSA	0.001252	0.001343
5.	INCO	0.001189	0.000882

2. Perhitungan Varian dan Kovarian Portofolio

Perhitungan varian dan kovarian portofolio bertujuan untuk menentukan korelasi antar saham dengan menggunakan persamaan (8), matriks varian dan kovarian *return* saham ditunjukkan pada Tabel 2:

Tabel 2. Varian dan Kovarian *Return* Periode Januari 2016 - Januari 2019

Kode Saham	ADRO	ANTM	BUMI	ESSA	INCO
ADRO	0.000834	0.000185	0.000317	0.0000539	0.0000018
ANTM	0.000185	0.000674	0.000144	0.000156	0.000347
BUMI	0.000317	0.000144	0.002219	0.0000526	0.000203
ESSA	0.0000539	0.000156	0.0000526	0.001343	0.000119
INCO	0.0000018	0.000347	0.000203	0.000119	0.000882

3. Perhitungan Portofolio

Perhitungan portofolio dihasilkan dari fungsi tujuan dan syarat masing-masing portofolio yang dibentuk dari persamaan pada sub bagian 2.2.5, dengan bantuan menggunakan *Software Microsoft Excel* memberikan hasil portofolio optimal atau memberikan nilai risiko minimum dari masing-masing portofolio dan rangkuman perhitungan *Expected return* yang disajikan pada Tabel 3 berikut ini.

Tabel 3. Perhitungan Risiko dan *Return* Portofolio

Portofolio	Proporsi					Risiko	<i>Return</i>
	ADRO	ANTM	BUMI	ESSA	INCO		
P_1	0.4395	0.5605	0	0	0	0.000418	0.1438%
P_2	0.7531	0	0.2469	0	0	0.000667	0.1387%

Portofolio	Proporsi					Risiko	Return
	ADRO	ANTM	BUMI	ESSA	INCO		
P_3	0.6199	0	0	0.3801	0	0.000527	0.13%
P_4	0.5140	0	0	0	0.4860	0.000429	0.1261%
P_5	0	0.7810	0.2190	0	0	0.000542	0.1532%
P_6	0	0.6797	0	0.3203	0	0.000483	0.1436%
P_7	0	0.5860	0	0	0.4140	0.000467	0.1298%
P_8	0	0	0.3754	0.6246	0	0.000849	0.1281%
P_9	0	0	0.2693	0	0.7307	0.000672	0.1273%
P_{10}	0	0	0	0.3906	0.6094	0.000561	0.1282%
P_{11}	0.3750	0.4972	0.1279	0	0	0.000379	0.1456%
P_{12}	0.3513	0.4286	0	0.2201	0	0.000339	0.1464%
P_{13}	0.3480	0.3557	0	0	0.2963	0.000323	0.1357%
P_{14}	0.5065	0	0.1662	0.3273	0	0.000458	0.1343%
P_{15}	0.4455	0	0.1251	0	0.4294	0.000392	0.1298%
P_{16}	0.4006	0	0	0.2292	0.3703	0.000341	0.1331%
P_{17}	0	0.5638	0.1646	0.2716	0	0.000413	0.1456%
P_{18}	0	0.5006	0.1521	0	0.3473	0.000409	0.1413%
P_{19}	0	0.4432	0	0.2376	0.3192	0.000373	0.1426%
P_{20}	0	0	0.1856	0.3247	0.4897	0.00047	0.1379%
P_{21}	0.3058	0.3877	0.1042	0.2023	0	0.000313	0.1413%
P_{22}	0.3101	0.3293	0.0918	0	0.2688	0.000304	0.1377%
P_{23}	0.3542	0	0.0999	0.2124	0.3335	0.000317	0.129%
P_{24}	0.2944	0.2873	0	0.1728	0.2455	0.000277	0.1391%
P_{25}	0	0.3889	0.1234	0.2125	0.2752	0.000335	0.1378%
P_{26}	0.2649	0.2684	0.0786	0.1633	0.2248	0.000263	0.1356%

Keterangan:

- : Anggota portofolio
- : Bukan anggota portofolio

Dari Tabel 3, portofolio yang berisikan kombinasi dari 2 saham adalah $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{10}$. Dari kombinasi portofolio yang sudah dibentuk, P_1 merupakan portofolio yang memiliki risiko terkecil dibandingkan portofolio kombinasi dua saham yang lain yaitu sebesar 0.000418 dengan tingkat *return* 0.1438%. Untuk portofolio kombinasi dari tiga saham adalah $P_{11}, P_{12}, P_{13}, \dots, P_{20}$. Dari kombinasi

portofolio yang berisikan 3 saham, P_{13} merupakan portofolio yang memiliki risiko terkecil yaitu 0.000323 dengan tingkat *return* 0.1357%. Untuk kombinasi portofolio yang terdiri dari empat saham antara lain $P_{21}, P_{22}, P_{23}, P_{24}, P_{25}$, portofolio yang memiliki risiko terkecil dari kombinasi empat saham yaitu P_{24} dengan risiko sebesar 0.000277 dan tingkat *return* sebesar 0.1391%. Sedangkan untuk portofolio yang terdiri dari lima kombinasi saham yaitu P_{26} memiliki risiko sebesar 0.000263 dan tingkat *return* sebesar 0.1356%.

Dari Tabel 3 didapat portofolio yang memberikan risiko paling minimum adalah P_{26} dengan risiko sebesar 0.000263 sedangkan Ekspektasi *return* harian sebesar 0.1356%. P_{26} yang terdiri dari lima saham (ADRO, ANTM, BUMI, ESSA dan INCO), dengan proporsi saham ADRO, BUMI, ANTM, ESSA, INCO secara berurutan sebesar 26.49%, 26.84%, 7.68%, 16.33%, 22.48%. Jika disimulasikan dengan modal investasi awal sebesar Rp1.000.000.000, maka hasil simulasi dijelaskan pada Tabel 4:

Tabel 4. Komponen Portofolio P_{26}

Kode Saham	Proporsi	Nominal Investasi (Rupiah)	Harga Saham (Rupiah/lembar)	Proporsi (lembar)
ADRO	0,2649	264.900.000	1.540	172.012
ANTM	0,2684	268.400.000	830	323.373
BUMI	0,0768	76.800.000	65	1.181.538
ESSA	0,1633	163.300.000	270	608.814
INCO	0,2248	224.800.000	3.570	62.969
Jumlah	1,0000	1.000.000.000		

Berdasarkan Tabel 4, maka investor dapat membeli 172.012 lembar saham ADRO, 323.373 lembar saham ANTM, 1.181.538 lembar saham BUMI, 608.814 lembar saham ESSA dan 62.969 lembar saham INCO dengan risiko sebesar 0.0263%. Berdasarkan 26 portofolio saham yang di analisis, P_{26} merupakan portofolio dengan kombinasi saham terbanyak dari portofolio lainnya, dan menghasilkan risiko yang terendah. Sehingga, semakin banyak variabel atau saham yang dipertimbangkan dalam satu portofolio, maka portofolio tersebut memberikan nilai risiko yang paling rendah atau dapat dikatakan yang paling optimal.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil perhitungan portofolio, Diperoleh portofolio optimal dengan risiko yang paling rendah sebesar 0,0263% yaitu P_{26} . Anggota portofolio dari P_{26} adalah ADRO, ANTM, BUMI, ESSA dan INCO. Proporsi masing-masing saham tersebut secara berurutan sebesar 26.49%, 26.84%, 7.68%, 16.33%, 22.48%. Jadi, seorang investor ingin berinvestasi dengan biaya investasi sebesar 1 milyar, maka investor dapat membeli 172.012 lembar saham ADRO (sebesar Rp264.900.000,00), 323.373 lembar saham ANTM (sebesar Rp268.400.000,00), 1.181.538 lembar saham BUMI (sebesar Rp76.800.000,00), 608.814 lembar saham ESSA (sebesar Rp163.300.000,00) dan 62.969 lembar saham INCO (sebesar Rp224.800.000,00). Berdasarkan 26 portofolio saham yang di analisis, P_{26} merupakan portofolio dengan kombinasi saham terbanyak dari portofolio lainnya, dan menghasilkan risiko yang terendah. Sehingga, semakin banyak variabel atau saham yang dipertimbangkan dalam satu portofolio, maka portofolio tersebut memberikan nilai risiko yang paling rendah atau dapat dikatakan yang paling optimal.

Ucapan Terima Kasih

Penulis dapat mengucapkan terima kasih kepada pihak yang ikut berperan serta dalam penelitian ini, yang telah memberikan bantuan finansial dan atau fasilitas kepada penulis.

Referensi

- [1] K.A. Hasset. , A. Auerbach. 2003. On the Marginan Source of Investment Funds. *Journal of Public Economics*, 87, 205-232.
- [2] H. Markowitz. 1952. Portfolio Section. *The Journal of Finance*, 7, 77-91.
- [3] H. Markowitz. 1959. Portfolio Section: Efficient Diversification of Investments. J. Wiley and Sons, New York, 72.
- [4] P. Embrechts, & A. McNeil. 1999. Correlation and Dependence in Risk Management Properties and Pitfalls. *Risk Journals*, 11.
- [5] R. Rockafellar, S. Uryasev. 2000. Optimization of Conditional Value-at-Risk. *Journal of Risk*, (2)3, 37.
- [6] C. Acerbi, D. Tasche, 2002. A Natural Coherent Alternative to Value-at-Risk. *Economic Notes*, 31, 379-388.
- [7] I. Kondor. 2007. On the Feasibility of Portofolio Optimization under Expected Shortfall. *Quantitative Finance*, 1, 389-396.
- [8] F. Caccioli, & I. Kondor. 2016. Portfolio Optimization under Expected Shortfall: Contour Maps of Estimation Error. *SRC Discussion Paper*, 49, 14.
- [9] Sharpe, F. William.1964, Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance* 19(3), 425-442.
- [10] Lintner, John, 1965, The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, *The Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13-37.
- [11] Black, Fischer, Michael Jensen, and Myron Scholes, 1972, The capital asset pricing model: Some empirical tests, in Jensen (ed.), *Studies in the Theory of Capital Markets*, 2-5.
- [12] Tandelilin, E. 2010. *Analisis Investasi dan Managemen Portofolio*. Yogyakarta: Kanisius.
- [13] Pflug, G.C. 2000. Some remarks on the value-at-risk and the conditional value-at-risk. In S. Uryasev, editor. *Probabilistic Constrained Optimization*, 272-281. Springer, Berlin.
- [14] F. Caccioli, I. Kondor, Marsili, and S. Still. 2014. Lp regularized portfolio optimization. *Available at SSRN 2425326; 1404.4040*.
- [15] C. Acerbi, D. Tasche. 2002. On the coherence of expected shortfall. *Journal of Banking and Finance*, 26(7):1487 – 1503.

Penerapan Model Regresi Data Panel pada Faktor Fundamental dan Teknikal Harga Saham Sektor Industri *Real Estate*

Novi Saputri^{1, a)}, Budi Nurani Ruchjana^{1, b)}, Endang Soeryana Hasbullah^{1, c)}

¹ Departemen Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Padjadjaran

^{a)} email: novisaputri18@gmail.com

^{b)} email: budi.nurani@unpad.ac.id

^{c)} email: endang.soeryana@unpad.ac.id

Abstrak

Regresi data panel merupakan regresi yang menggabungkan data runtut waktu dan data antar individu. Salah satu model regresi data panel adalah model *fixed effect*. Model ini mengasumsikan bahwa koefisien slope bernilai konstan, tetapi koefisien intersep bervariasi sepanjang individu. Estimasi yang dilakukan yaitu dengan penambahan variabel *dummy* untuk menjelaskan perbedaan karakteristik antar individual atau biasa disebut metode *least square dummy variable*. Data yang digunakan merupakan data dari Bursa Efek Indonesia yang diduga berpengaruh terhadap harga saham. Terdapat dua pendekatan yang digunakan untuk mempengaruhi harga saham, yaitu faktor fundamental dan faktor teknikal. Pada penelitian ini, variabel faktor fundamentalnya adalah *return on asset* (ROA), *price to book value* (PBV), *earning per share* (EPS) dan *debt to equity ratio* (DER). Sedangkan variabel faktor teknikalnya adalah volume perdagangan saham (VS). Berdasarkan hasil analisis, model mengalami masalah autokorelasi dan heteroskedastisitas, sehingga model *fixed effect* lebih baik diestimasi dengan metode *seemingly uncorrelated regression*. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini adalah variabel faktor fundamental dan teknikal mempengaruhi harga saham di masing-masing perusahaan sektor industri *real estate* yang terdaftar di Bursa Efek Indonesia secara simultan maupun parsial.

Kata kunci: Fixed Effect, Harga Saham, Least Square Dummy Variable, Regresi Data Panel, Seemingly Uncorrelated Regression

Abstract

Panel data regression is a regression that combines time series data and cross section data. One of the panel data regression model is the fixed effect model. This model assumes that the slope coefficient is constant but the intercept coefficient are varies over individuals. Estimates done by using dummy variables to explain differences between individuals characteristics or commonly referred as least square dummy variable. There are two approaches used to influence stock prices, namely fundamental factors and technical factors. In this research, fundamental factor variables are return on asset (ROA), price to book

value (PBV), earning per share (EPS) and debt to equity ratio (DER). While technical factor variable is trading volume activity (VS). Based on the results of the analysis, this model experiences autocorrelation and heteroscedasticity problems, so fixed effect model is better estimated using seemingly uncorrelated regression method. The result obtained from this study are fundamental and technical factor variabels influence the stock price in each company in real estate industrial sector listed on the Indonesia Stock Exchange simultaneously and partially.

Keywords: Fixed Effect, Least Square Dummy Variable, Panel Data Regression, Seemingly Uncorrelated Regression, Stock Price.

Pendahuluan

Indonesia merupakan salah satu negara berkembang yang sedang meningkatkan produktivitas perekonomian. Dalam rangka meningkatkan produktivitas perekonomian, lembaga-lembaga keuangan di Indonesia menawarkan investasi pasar modal. Salah satu sumber dana yang diperjualbelikan adalah kepemilikan saham. Saham merupakan investasi yang paling banyak diminati investor karena keuntungan yang diperoleh relatif lebih besar dan membutuhkan modal yang tidak begitu besar jika dibandingkan dengan obligasi. Dalam analisis sekuritas ada dua pendekatan yang mempengaruhi harga saham yaitu analisis fundamental dan analisis teknikal [3]. Analisis fundamental didasarkan pada rasio finansial perusahaan. Analisis teknikal didasarkan pada data perubahan (sebelumnya) untuk memperkirakan harga saham di masa mendatang.

Data panel merupakan penggabungan data runtut waktu (*time series*) dan data antar individu (*cross section*) [3]. Regresi dengan menggunakan data panel disebut regresi data panel. Pada data saham, normalnya memiliki nilai karakteristik/intersep antar perusahaan yang berbeda-beda, karena tidak bisa disamakan antara perusahaan kecil, besar, maupun menengah. Salah satu solusi permasalahan tersebut adalah model *fixed effect*. Model *fixed effect* adalah model regresi dengan penambahan variabel *dummy* untuk menjelaskan adanya perbedaan karakteristik/intersep antar individu maupun waktu. Sektor *real estate* dijadikan sebagai salah satu tolak ukur dalam menilai kemajuan ekonomi suatu negara karena melihat potensi jumlah penduduk yang terus bertambah besar dan meningkatnya pembangunan (perumahan, apartemen, pusat perbelanjaan, dan gedung-gedung perkantoran) yang membuat investor tertarik untuk menginvestasikan dananya.

Penelitian tentang harga saham telah dilakukan oleh beberapa peneliti sebelumnya, salah satunya pengaruh kinerja keuangan terhadap harga saham menggunakan *Structural Equation Modeling Partial Least Square* (SEM-PLS) [1]. Serta pengaruh faktor fundamental dan teknikal terhadap harga saham menggunakan Model Regresi Linear Berganda [2]. Oleh karena itu, penelitian ini menerapkan Model Regresi Data Panel dengan pendekatan *Fixed Effect Model* menggunakan Metode *Least Square Dummy Variable* untuk menentukan pengaruh faktor fundamental dan teknikal terhadap harga saham sektor industri *real estate* di Bursa Efek Indonesia sehingga dapat digunakan menjadi referensi untuk orang yang ingin berinvestasi pada saham *real estate*.

Metode

1. Data Panel

Data panel diperkenalkan oleh Howles pada tahun 1950. Data panel merupakan penggabungan data runtut waktu (*time series*) dan data antar individu (*cross section*). Data panel dapat dibedakan menjadi 2,

yaitu; panel seimbang, terjadi jika setiap individu memiliki panjang waktu observasi yang sama. Sedangkan panel tidak seimbang, terjadi jika setiap individu memiliki panjang waktu observasi yang berbeda [3].

2. Analisis Regresi Linear Berganda

Regresi linear berganda berguna untuk mengkaji hubungan antara dua atau lebih variabel bebas terhadap variabel tak bebas. Secara umum bentuk persamaan regresi linier berganda sebagai berikut [3]:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_j x_{ji} + e_i \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

dimana i menunjukkan objek sejumlah n , x_i menunjukkan variabel bebas sejumlah j , y_i menunjukkan variabel tak bebas, β_0 menunjukkan koefisien intersep, β menunjukkan koefisien slope sejumlah j , dan e_i menunjukkan residual objek ($e_i \sim N(0, \sigma^2)$). Persamaan (1) dapat dianalogikan menjadi:

$$y = X\beta + e \quad (2)$$

dimana y adalah vektor kolom variabel tak bebas berukuran $n \times 1$, X adalah matriks variabel bebas berukuran $n \times (k+1)$, β adalah vektor koefisien slope berukuran $(k+1) \times 1$, dan e adalah vektor kolom residual berukuran $n \times 1$.

3. Analisis Regresi Data Panel

Terdapat tiga pendekatan untuk menaksir model regresi data panel, yaitu *Common Effect Model* (CEM), *Fixed Effect Model* (FEM) dan *Random Effects Model* (REM) [3]. Karena peneliti ingin melihat perbedaan karakteristik antar individu, maka dipilih model estimasi *Fixed Effect*.

Perbedaan regresi data panel dengan regresi biasa, yaitu : 1). Data yang digunakan adalah data panel; 2). Datanya relatif lebih banyak, sehingga terhindar dari gejala multikolinearitas dan dapat memperbesar derajat kebebasan; 3). Memungkinkan estimasi pada masing-masing karakteristik individu maupun waktu secara terpisah.

a. Fixed Effect Model (FEM)

Fixed effect model atau model efek tetap adalah model yang memperhatikan adanya keberagaman variabel bebas menurut individu. Keberagamannya dilihat dari nilai intercept (β_0) yang berbeda-beda antar individu. Sedangkan koefisien slope dari setiap variabel bebas diasumsikan sama untuk setiap individu sepanjang waktu observasinya. Secara umum bentuk *fixed effect model* sebagai berikut [3]:

$$y_{it} = \beta_{0i} + \sum_{k=1}^j \beta_k x_{kit} + e_{it} \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T$$

dimana i menunjukkan objek sejumlah N , t menunjukkan waktu sejumlah T , x_{it} menunjukkan variabel bebas sejumlah j , y_{it} menunjukkan variabel tak bebas, β_{0i} menunjukkan koefisien intersep, β_k menunjukkan koefisien slope sejumlah j , dan e_{it} menunjukkan residual objek ($e_i \sim N(0, \sigma^2)$).

b. Least Square Dummy Variable (LSDV)

Least square dummy variable adalah metode kuadrat terkecil dengan melibatkan variabel *dummy* (D) sebagai salah satu variabel bebasnya. Bentuk *fixed effect model* dengan metode LSDV sebagai berikut [3]:

$$y_{it} = \beta_{0i} D_{it} + \sum_{k=1}^j \beta_k x_{kit} + e_{it} \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T$$

dimana i menunjukkan objek sejumlah N , t menunjukkan waktu sejumlah T , x_{it} menunjukkan variabel bebas sejumlah j , y_{it} menunjukkan variabel tak bebas, β_{0i} menunjukkan koefisien intersep, D_{it} menunjukkan perbedaan karakteristik antar individual (D_{it} akan bernilai 1 jika $i = t$ serta bernilai 0 untuk

yang lainnya), β_k menunjukkan koefisien slope sejumlah j , dan e_{it} menunjukkan residual objek ($e_i \sim N(0, \sigma^2)$).

Dengan menggunakan konstanta dan untuk menghindari kolinearitas sempurna yang tidak memungkinkan diperolehnya penaksiran parameter slope digunakan jumlah *dummy* sebanyak $(N-1)$ [3]. Persamaan (4) dapat ditaksir dengan metode *ordinary least square*, sehingga menghasilkan:

$$\hat{\beta}_0 = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 - (\hat{\beta}_1 \bar{x}_{11} + \hat{\beta}_2 \bar{x}_{21} + \dots + \hat{\beta}_j \bar{x}_{j1}) \\ \bar{y}_2 - (\hat{\beta}_1 \bar{x}_{12} + \hat{\beta}_2 \bar{x}_{22} + \dots + \hat{\beta}_j \bar{x}_{j2}) \\ \vdots \\ \bar{y}_N - (\hat{\beta}_1 \bar{x}_{1N} + \hat{\beta}_2 \bar{x}_{2N} + \dots + \hat{\beta}_j \bar{x}_{jN}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{1it} - \bar{x}_{1i})^2 & \dots & \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{1it} - \bar{x}_{1i})(x_{jit} - \bar{x}_{ji}) \\ \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{2it} - \bar{x}_{2i})(x_{1it} - \bar{x}_{1i}) & \dots & \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{2it} - \bar{x}_{2i})(x_{jit} - \bar{x}_{ji}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{jit} - \bar{x}_{ji})(x_{1it} - \bar{x}_{1i}) & \dots & \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{jit} - \bar{x}_{ji})^2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{1it} - \bar{x}_{1i})(y_{it} - \bar{y}_i) \\ \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{2it} - \bar{x}_{2i})(y_{it} - \bar{y}_i) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{jit} - \bar{x}_{ji})(y_{it} - \bar{y}_i) \end{bmatrix} \quad (6)$$

4. Uji Asumsi Klasik

Model regresi data panel dapat disebut sebagai model yang baik jika model tersebut memenuhi kriteria *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE). Asumsi-asumsi untuk kriteria BLUE sebagai berikut:

a. Uji Normalitas

Uji normalitas digunakan untuk menguji apakah pada model regresi ditemukan residual yang berdistribusi normal atau tidak. Uji ini di cek menggunakan uji *Jarque Berra* (JB) dengan statistika uji sebagai berikut [3]:

$$JB = N \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24} \right] \quad (7)$$

dimana N menunjukkan banyaknya data, S menunjukkan *skewness* (kemencengan) dan K menunjukkan *kurtosis* (keruncingan). Residual akan berdistribusi normal apabila nilai $JB < \chi^2_{(\alpha, 2)}$ atau p-value $> \alpha$.

b. Uji Multikolinearitas

Uji multikolinearitas digunakan untuk menguji apakah pada model regresi ditemukan interkorelasi atau hubungan kuat antar dua atau lebih variabel bebas. Uji ini di cek menggunakan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) dengan statistika uji sebagai berikut [3]:

$$VIF = \frac{1}{1 - R_k^2} \quad (8)$$

dimana R_k menunjukkan nilai koefisien determinasi dari variabel bebas x_k yang diregresikan terhadap variabel bebas lainnya. Apabila nilai VIF < 10 maka tidak terdapat masalah multikolinearitas.

c. Uji Autokorelasi

Uji autokorelasi digunakan untuk menguji apakah pada model regresi ditemukan variabel bebas residual yang berkorelasi berdasarkan urutan waktu. Uji ini di cek menggunakan uji *Durbin-Watson* dengan statistika uji sebagai berikut [3]:

$$d_{hitung} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (e_{it} - e_{i,t-1})^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (e_{it})^2} \quad (9)$$

Apabila nilai $0 < d_{hitung} < d_L$ dan $4 - d_L < d_{hitung} < 4$ maka terjadi gejala autokorelasi.

d. Uji Heteroskedastisitas

Uji heteroskedastisitas digunakan untuk menguji apakah pada model regresi ditemukan ketidaksamaan varian dari residual untuk semua pengamatan. Uji ini di cek menggunakan uji *Glejser* yang dinotasikan seperti [3]:

$$|e_i| = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_j x_j + u_i \quad (10)$$

dimana $|e_i|$ menunjukkan nilai absolut residual yang dihasilkan dari regresi model, sedangkan u_i menunjukkan nilai *error*. Penghitungan uji *Glejser* ini menggunakan statistika uji sebagai berikut:

$$F_{hitung} = \frac{(R^2)/_{N+k-1}}{(1-R^2)/_{NT-N-k}} \quad (11)$$

Apabila nilai $F_{hitung} > F_{tabel} = F_{\alpha;(N-1,NT-N-k)}$ dengan $\alpha = 0.05$, maka terjadi gejala heteroskedastisitas.

5. *Seemingly Uncorrelated Regression (SUR)*

Metode estimasi ini digunakan untuk mengatasi masalah autokorelasi dan heteroskedastisitas. Sebuah sistem SUR terdiri dari beberapa persamaan yang *error*-nya saling berkorelasi. Dimisalkan bahwa terdapat sebuah data set yang terdiri dari N unit *cross-section* dengan observasi sejumlah T periode waktu untuk setiap unit. Model SUR adalah sebuah sistem dari persamaan regresi linier yang dapat dituliskan menjadi [3]:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & X_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_N \end{bmatrix}$$

dapat dianalogikan menjadi:

$$y = X\beta + e$$

Matriks varian kovarian dari e diberikan sebagai berikut [3]:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{11}I_T & \sigma_{12}I_T & \dots & \sigma_{1N}I_T \\ \sigma_{21}I_T & \sigma_{22}I_T & \dots & \sigma_{2N}I_T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1}I_T & \sigma_{N2}I_T & \dots & \sigma_{NN}I_T \end{bmatrix}$$

Berikut adalah estimasi parameter β dengan menggunakan Metode *Feasible Generalized Least Square*:

$$\hat{\beta} = [X^T \Omega^{-1} X]^{-1} X^T \Omega^{-1} y \quad (12)$$

6. Uji Kelayakan Model

Uji kelayakan model digunakan untuk mengukur ketepatan model regresi dalam menaksir nilai aktual. Macam-macam pengukuran yang dilakukan sebagai berikut:

a. Uji F (Simultan)

Uji F digunakan untuk menguji signifikansi pengaruh faktor fundamental dan faktor teknikal terhadap harga saham secara simultan atau keseluruhan dengan statistika uji sebagai berikut [3]:

$$F_{hitung} = \frac{(R_{FEM}^2)/_{N+k-1}}{(1-R_{FEM}^2)/_{NT-N-k}} \quad (13)$$

dimana R_{FEM}^2 menunjukkan koefisien determinasi dari *fixed effect model*. Minimal terdapat satu variabel bebas yang berpengaruh secara simultan terhadap variabel tak bebas apabila nilai $F_{hitung} \geq F_{\alpha;(N-1,NT-N-k)}$.

b. Uji t (Parsial)

Uji t digunakan untuk menguji signifikansi pengaruh faktor fundamental dan faktor teknikal terhadap harga saham secara parsial atau individual dengan statistika uji sebagai berikut [3]:

$$t_{hitung} = \frac{\beta_k}{\sqrt{\sigma_e^2 \cdot C_{kk}}} \quad (14)$$

dimana β_k menunjukkan nilai koefisien regresi variabel bebas k , σ_e^2 menunjukkan rata-rata kuadrat residual, sedangkan C_{kk} menunjukkan elemen baris ke k kolom ke k pada matriks penaksir parameter β . Variabel bebas yang diuji berpengaruh secara parsial terhadap variabel tak bebas apabila $|t_{hitung}| \geq t_{(\alpha; NT-k)}$.

c. Koefisien Determinasi

Koefisien determinasi (R^2) digunakan untuk mengukur seberapa kuat hubungan semua variabel bebas terhadap variabel tak bebasnya dengan statistika uji sebagai berikut [3]:

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT} \quad (15)$$

dimana JKR menunjukkan jumlah kuadrat regresi, sedangkan JKT menunjukkan jumlah kuadrat total. Apabila nilai R^2 mendekati 1, maka dapat dikatakan pengaruh semua variabel bebas terhadap variabel tak bebasnya sangat signifikan.

Hasil dan Diskusi

1. Data Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah laporan keuangan triwulan perusahaan Agung Podomoro Land Tbk, Alam Sutera Realty Tbk, Duta Anggada Realty Tbk, Fortune Mate Indonesia Tbk, Greenwood Sejahtera Tbk, Jaya Real Property Tbk, Modernland Realty Tbk, Metropolitan Land Tbk, Metro Realty Tbk, dan Pakuwon Jati Tbk periode 2016 sampai 2018. Data tersebut diperoleh dari Bursa Efek Indonesia [4].

Variabel tak bebas yang digunakan:

y : harga saham

Variabel bebas faktor fundamental yang digunakan:

x_1 : *return on asset*

x_2 : *price to book value*

x_3 : *earning per share*

x_4 : *debt to equity ratio*

variabel bebas faktor teknikal yang digunakan:

x_5 : volume perdagangan saham

2. Estimasi Parameter FEM dengan Metode LSDV

Estimasi parameter model regresi data panel pada harga saham menggunakan pendekatan *fixed effect model* dengan metode *least square dummy variable*. Berdasarkan persamaan (5) dan (6) dengan bantuan *software Maple 17 dan MS.Excel 2016* diperoleh model taksiran sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \widehat{y}_{it} = & 4,081723D_{1t} + 4,230311D_{2t} + 4,117668D_{3t} + 1,216626D_{4t} + 0,950675D_{5t} + 2,958112D_{6t} \\ & + 1,317686D_{7t} + 2,321739D_{8t} + 3,785426D_{9t} + 2,418954D_{10t} - 0,036582x_{1it} \\ & + 2,086180x_{2it} + 1,083967x_{3it} - 1,834684x_{4it} - 0,180297x_{5it} \end{aligned}$$

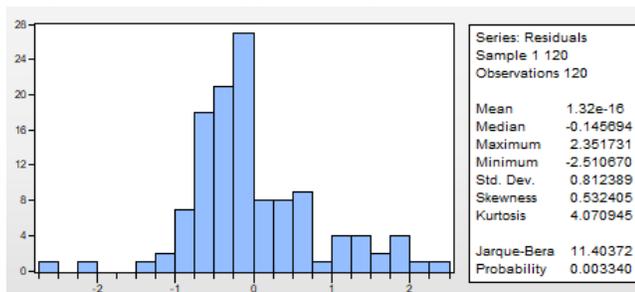
Berdasarkan model di atas, dapat dijelaskan bahwa setiap kenaikan *return on asset* sebesar 1%, maka harga saham akan turun sebesar 0,036582%. Setiap kenaikan *price to book value* sebesar 1%, maka harga saham akan naik sebesar 2,086180%. Setiap kenaikan *earning per share* sebesar 1%, maka harga saham akan naik sebesar 1,083967%. Setiap kenaikan *debt to equity ratio* sebesar 1%, maka harga saham akan turun sebesar 1,834684% dan untuk setiap kenaikan volume perdagangan saham sebesar 1% maka harga saham akan naik sebesar 0,180297%. Kemudian D_1, D_2, \dots, D_{10} merupakan variabel *dummy* untuk

mengetahui perbedaan intersep antara perusahaan tempat berinvestasi saham yang menjelaskan efek perbedaan perusahaan.

3. Pengujian Asumsi Klasik

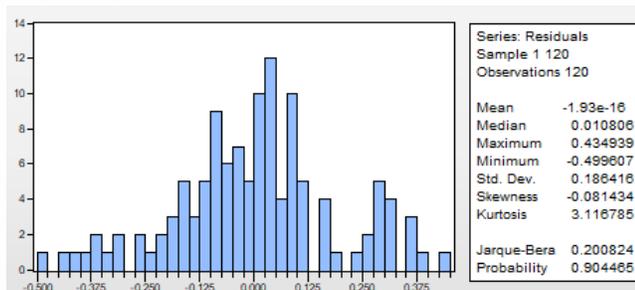
a. Hasil Uji Normalitas

Uji normalitas digunakan untuk menguji apakah pada model regresi ditemukan residual yang berdistribusi normal atau tidak. Uji ini di cek menggunakan uji *Jarque Berra* (JB).



Gambar 1. Histogram residual dengan data asli

Berdasarkan Gambar 1 diperoleh nilai probabilitas sebesar 0,003340. Dengan nilai signifikansi (α) 0,05 terlihat bahwa nilai probabilitas $< \alpha$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa residual dari model FEM tidak berdistribusi normal. Untuk mengatasi data yang residualnya tidak berdistribusi normal, maka perlu dilakukan transformasi data dengan logaritma natural.



Gambar 2. Histogram residual dengan data logaritma natural

Setelah dilakukan transformasi data dengan logaritma natural (ln), berdasarkan Gambar 2 diperoleh nilai probabilitas baru sebesar 0,904465. Dengan nilai signifikansi (α) 0,05 terlihat bahwa nilai probabilitas $> \alpha$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa residual dari model FEM dengan data transformasi sudah berdistribusi normal.

b. Hasil Uji Multikolinearitas

Uji multikolinearitas digunakan untuk menguji apakah pada model regresi ditemukan interkorelasi atau hubungan kuat antar dua atau lebih variabel bebas. Uji ini di cek menggunakan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF), berdasarkan persamaan (8) diperoleh nilai VIF tiap-tiap variabel sebagai berikut:

$$VIF_1 = \frac{1}{1 - R_1^2} = \frac{1}{1 - 0,802286783^2} = 2,80634$$

$$VIF_2 = \frac{1}{1 - R_2^2} = \frac{1}{1 - 0,403154675^2} = 1,19408$$

$$VIF_3 = \frac{1}{1 - R_3^2} = \frac{1}{1 - 0,773161498^2} = 2,48619$$

$$VIF_4 = \frac{1}{1 - R_4^2} = \frac{1}{1 - 0,480729192^2} = 1,30056$$

$$VIF_5 = \frac{1}{1 - R_5^2} = \frac{1}{1 - 0,412986458^2} = 1,20563$$

Karena nilai VIF < 10 maka tidak terdapat masalah multikolinearitas pada model FEM.

c. Hasil Uji Autokorelasi

Uji autokorelasi digunakan untuk menguji apakah pada model regresi ditemukan variabel bebas residual yang berkorelasi berdasarkan urutan waktu. Uji ini di cek menggunakan uji *Durbin-Watson*, berdasarkan persamaan (9) dan bantuan *software Eviews 9* diperoleh nilai d_{hitung} sebesar 0,0524373. Terlihat bahwa nilai $d_{hitung} < d_L = 1,6164$, sehingga dapat disimpulkan bahwa terjadi gejala autokorelasi antar residual pada model FEM.

d. Hasil Uji Heteroskedastisitas

Uji heteroskedastisitas digunakan untuk menguji apakah pada model regresi ditemukan ketidaksamaan varian dari residual untuk semua pengamatan. Uji ini di cek menggunakan uji *Glejser*, berdasarkan persamaan (10), persamaan (11) dan bantuan *software Eviews 9* diperoleh nilai F_{hitung} sebesar 9,24765. Terlihat bahwa nilai $F_{hitung} > F_{tabel} = F_{0,05;(9,105)} = 1,97$, sehingga dapat disimpulkan bahwa terjadi gejala heteroskedastisitas pada model FEM.

4. Estimasi Parameter FEM dengan Metode SUR

Karena pada model FEM terjadi gejala autokorelasi dan heteroskedastisitas, maka gejala tersebut dapat teratasi dengan metode *Seemingly Uncorrelated Regression*. Berdasarkan persamaan (12) dengan bantuan *software Eviews 9* diperoleh model taksiran sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{it} = & 1,609513D_{1t} + 1,473034D_{2t} + 2,098985D_{3t} + 0,895837D_{4t} + 1,301665D_{5t} + 1,458542D_{6t} \\ & + 1,621554D_{7t} + 1,186654D_{8t} + 0,787439D_{9t} + 1,147947D_{10t} - 0,021321x_{1it} \\ & + 0,774095x_{2it} + 0,045573x_{3it} - 0,166860x_{4it} - 0,011933x_{5it} \end{aligned}$$

Berdasarkan model di atas, dapat dijelaskan bahwa setiap kenaikan *return on asset* sebesar 1%, maka harga saham akan turun sebesar 0,021321%. Setiap kenaikan *price to book value* sebesar 1%, maka harga saham akan naik sebesar 0,774095%. Setiap kenaikan *earning per share* sebesar 1%, maka harga saham akan naik sebesar 0,045573%. Setiap kenaikan *debt to equity ratio* sebesar 1%, maka harga saham akan turun sebesar 0,166860% dan untuk setiap kenaikan volume perdagangan saham sebesar 1% maka harga saham akan turun sebesar 0,011933%. Kemudian D_1, D_2, \dots, D_{10} merupakan variabel *dummy* untuk mengetahui perbedaan intersep antara perusahaan tempat berinvestasi saham yang menjelaskan efek perbedaan perusahaan.

5. Pengujian Kelayakan Model

a. Hasil Uji F (Simultan)

Uji F digunakan untuk menguji signifikansi pengaruh faktor fundamental dan faktor teknikal terhadap harga saham secara simultan atau keseluruhan. Berdasarkan persamaan (13) dan bantuan *software Eviews 9* diperoleh nilai F_{hitung} sebesar 113141,7. Terlihat bahwa nilai $F_{hitung} > F_{tabel} = F_{0,05;(9,105)} = 1,97$, sehingga dapat disimpulkan bahwa minimal terdapat satu variabel bebas yang berpengaruh secara simultan terhadap variabel tak bebas.

b. Hasil Uji t (Parsial)

Uji t digunakan untuk menguji signifikansi pengaruh faktor fundamental dan faktor teknikal terhadap harga saham secara parsial atau individual. Berdasarkan persamaan (14) dan bantuan *software Eviews 9* diperoleh nilai t_{hitung} pada Tabel 1:

Tabel 1. Hasil Uji t dengan *Eviews 9*

Variabel	t_{hitung}
x_1 (<i>return on asset</i>)	-3,424157
x_2 (<i>price to book value</i>)	99,90697
x_3 (<i>earning per share</i>)	7,402563
x_4 (<i>debt to equity ratio</i>)	-25,54939
x_5 (<i>volume perdagangan saham</i>)	-18,96756

Berdasarkan Tabel 1 diperoleh nilai $|t_{tabel}| = t_{(0.05;115)} = 1,65821$. Sehingga faktor yang berpengaruh signifikan terhadap harga saham secara parsial adalah x_1 (*return on asset*), x_2 (*price to book value*), x_3 (*earning per share*), x_4 (*debt to equity ratio*), dan x_5 (*volume perdagangan saham*).

c. Nilai Koefisien Determinasi

Koefisien determinasi digunakan untuk mengukur seberapa kuat hubungan semua variabel bebas terhadap variabel tak bebasnya. Berdasarkan persamaan (15) dan bantuan *software Eviews 9* diperoleh nilai R^2 sebesar 0,999934. Sehingga pengaruh *return on asset*, *price to book value*, *earning per share*, *debt to equity ratio*, dan volume perdagangan saham terhadap harga saham sebesar 99,9934%. sedangkan 0,0066% sisanya dipengaruhi oleh faktor-faktor lain yang tidak dimasukkan kedalam model.

6. Interpretasi Fixed Effect Model

Data yang digunakan pada model masih merupakan transformasi logaritma natural, sehingga data harus diubah memakai anti ln. Sehingga taksiran model regresi data panel *fixed effect* untuk 10 saham sektor industri *real estate* di Bursa Efek Indonesia adalah sebagai berikut:

1. Agung Podomoro Land Tbk

$$\hat{y}_{1t} = 5,000375 + 0,978905x_{11t} + 2,168629x_{21t} + 1,046627x_{31t} + 0,846318x_{41t} + 0,988138x_{51t}$$

2. Alam Sutera Realty Tbk

$$\hat{y}_{2t} = 4,362451 + 0,978905x_{12t} + 2,168629x_{22t} + 1,046627x_{32t} + 0,846318x_{42t} + 0,988138x_{52t}$$

3. Duta Aggada Realty Tbk

$$\hat{y}_{3t} = 8,157885 + 0,978905x_{13t} + 2,168629x_{23t} + 1,046627x_{33t} + 0,846318x_{43t} + 0,988138x_{53t}$$

4. Fortune Mate Indonesia Tbk

$$\hat{y}_{4t} = 2,449385 + 0,978905x_{14t} + 2,168629x_{24t} + 1,046627x_{34t} + 0,846318x_{44t} + 0,988138x_{54t}$$

5. Greenwood Sejahtera Tbk

$$\hat{y}_{5t} = 3,675411 + 0,978905x_{15t} + 2,168629x_{25t} + 1,046627x_{35t} + 0,846318x_{45t} + 0,988138x_{55t}$$

6. Jaya Real Property Tbk

$$\hat{y}_{6t} = 4,299686 + 0,978905x_{16t} + 2,168629x_{26t} + 1,046627x_{36t} + 0,846318x_{46t} + 0,988138x_{56t}$$

7. Modernland Realty Tbk

$$\hat{y}_{7t} = 5,060949 + 0,978905x_{17t} + 2,168629x_{27t} + 1,046627x_{37t} + 0,846318x_{47t} + 0,988138x_{57t}$$

8. Metropolitan Land Tbk

$$\hat{y}_{8t} = 3,276101 + 0,978905x_{18t} + 2,168629x_{28t} + 1,046627x_{38t} + 0,846318x_{48t} + 0,988138x_{58t}$$

9. Metro Realty Tbk

$$\hat{y}_{9t} = 2,197761 + 0,978905x_{19t} + 2,168629x_{29t} + 1,046627x_{39t} + 0,846318x_{49t} + 0,988138x_{59t}$$

10. Pakuwon Jati Tbk

$$\hat{y}_{10t} = 3,151716 + 0,978905x_{110t} + 2,168629x_{210t} + 1,046627x_{310t} + 0,846318x_{410t} + 0,988138x_{510t}$$

Berdasarkan model di atas, dapat dijelaskan bahwa setiap kenaikan *return on asset* sebesar 1%, maka harga saham akan naik sebesar 0,978905%. Setiap kenaikan *price to book value* sebesar 1%, maka harga saham akan naik sebesar 2,168629%. Setiap kenaikan *earning per share* sebesar 1%, maka harga saham akan naik sebesar 1,046627%. Setiap kenaikan *debt to equity ratio* sebesar 1%, maka harga saham akan naik sebesar 0,846318% dan untuk setiap kenaikan volume perdagangan saham sebesar 1% maka harga saham akan naik sebesar 0,988138%.

Efek perbedaan perusahaan tempat berinvestasi saham dijelaskan melalui nilai intersep yang berbeda-beda. Nilai intersep masing-masing perusahaan adalah Agung Podomoro Land Tbk sebesar 5,000375, Alam Sutera Realty Tbk sebesar 4,362451, Duta Anggada Realty Tbk sebesar 8,157885, Fortune Mate Indonesia Tbk sebesar 2,449385, Greenwood Sejahtera Tbk sebesar 3,675411, Jaya Real Property Tbk sebesar 4,299686, Modernland Realty Tbk sebesar 5,060949, Metropolitan Land Tbk sebesar 3,276101, Metro Realty Tbk sebesar 2,197761, dan Pakuwon Jati Tbk sebesar 3,151716.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa bahwa faktor fundamental (*return on asset*, *price to book value*, *earning per share*, dan *debt to equity ratio*) dan faktor teknikal (volume perdagangan saham) berpengaruh secara simultan maupun parsial terhadap harga saham sektor industri *real estate* di Bursa Efek Indonesia.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bursa Efek Indonesia terkait data penelitian, serta seluruh pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Referensi

- [1] Adha, C., dan Dewi, F. R. 2014. Pengaruh Kinerja Keuangan terhadap Harga Saham Perusahaan-Perusahaan Produsen Kabel yang Terdaftar di Bursa Efek Indonesia. *Jurnal Manajemen dan Organisasi*. Vol. 5, No. 1.
- [2] Samsuar, T. dan Akramunnas. 2017. Pengaruh Faktor Fundamental dan Teknikal Terhadap Harga Saham Industri Perhotelan Yang Terdaftar Di Bursa Efek Indonesia. *Jurnal Ekonomi, Keuangan dan Perbankan Syariah*. Vol. 1, No. 1.
- [3] Srihardianti, M., Mustafid & Prahutama, A., 2016. Metode regresi data panel untuk peramalan konsumsi energi di Indonesia. *Jurnal Gaussian*. Vol. 5, No. 3, 2339-2541.
- [4] <https://www.idx.co.id/> [diakses 20 September 2019].

Himpunan Graf yang Kuadrat Lintasan-Jenuh Minimal

Salwa Nursyahida

Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Gunung Djati Bandung

email: salwanursyahida@uinsgd.ac.id

Abstrak

Diberikan G adalah graf sederhana, m adalah bilangan bulat positif. Kuadrat dari graf lintasan P_m , dinotasikan dengan P_m^2 , adalah graf yang diperoleh dari P_m dengan menambahkan sisi-sisi di antara setiap pasangan titik yang memiliki jarak 2 (dua) di P_m . Graf G dikatakan P_m^2 -jenuh jika G tidak memuat P_m^2 tetapi penambahan sebarang sisi pada dua titik tak bertetangga di G selalu memuat P_m^2 . Banyaknya sisi minimum dari graf n titik yang P_m^2 -jenuh didefinisikan sebagai bilangan jenuh dan dinotasikan dengan $sat(n, P_m^2)$. Didefinisikan $Sat(n, P_m^2) = \{G: |V(G)| = sat(n, P_m^2) \text{ dan } G \text{ adalah } P_m^2\text{-jenuh}\}$. Dalam artikel ini graf-graf pada $Sat(n, P_m^2)$ diperoleh secara komputasi untuk $n \leq 8$ dan $m \leq 8$, dan dinyatakan dalam barisan derajatnya.

Kata kunci: kuadrat graf, kuadrat graf lintasan, bilangan jenuh, himpunan graf jenuh minimal, barisan derajat.

Abstract

Given a simple graph G , m a positive integer. The square of path graph P_m , denoted by P_m^2 , is a graph obtained from P_m by adding new edges between any pair of vertices at distance at most 2 in P_m . A graph G is P_m^2 -saturated if G does not contain P_m^2 as a subgraph, but the addition of any edge between two nonadjacent vertices in G contain P_m^2 . The minimum size of P_m^2 -saturated graph on n vertices is called a saturation number for P_m^2 , denoted by $sat(n, P_m^2)$. A set $Sat(n, P_m^2) = \{G: |V(G)| = sat(n, P_m^2) \text{ and } G \text{ a } P_m^2\text{-saturated graph}\}$. All graphs in $Sat(n, P_m^2)$ are obtained computationally for $n \leq 8$ and $m \leq 8$ and expressed by their degree sequence.

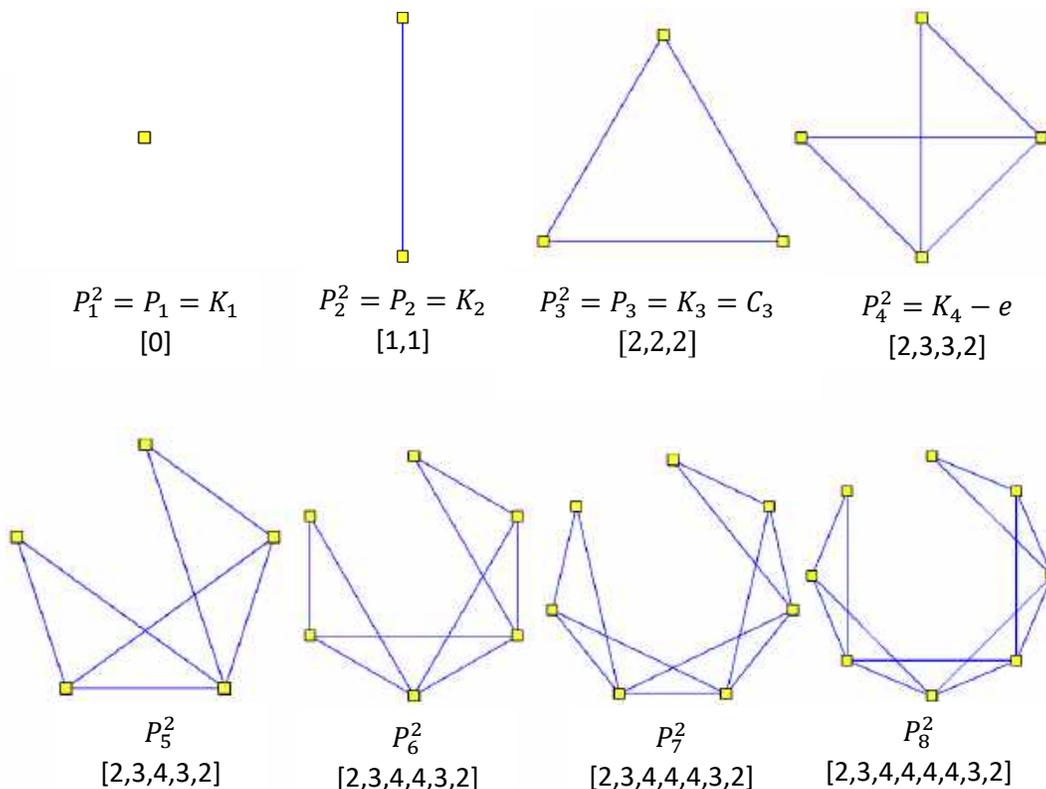
Keywords: degree sequence of graph, path square, power graphs, saturated graphs, saturated numbers.

Pendahuluan

Misalkan G dan H graf sederhana. Graf G dikatakan H -jenuh jika G tidak memuat H sebagai subgraf tetapi penambahan sebarang sisi pada dua titik tak bertetangga di G selalu H . Konsep tentang graf jenuh pertama kali diperkenalkan oleh Mantel pada tahun 1907 [1] tentang graf jenuh maksimum yang tidak memuat segitiga (siklus dengan tiga sisi) atau yang kemudian dikenal dengan bilangan ekstermal. Konsep graf jenuh minimum pertama kali dibahas dalam [2] dan [3], yang kemudian dinotasikan dengan $sat(n, H)$ adalah banyaknya sisi terkecil yang mungkin yang dimiliki oleh graf dengan n buah titik yang H -jenuh. Graf yang memiliki sisi sebanyak $sat(n, H)$ disebut graf H -jenuh minimum, dan $Sat(n, H)$ adalah himpunan graf-graf yang H -jenuh minimum.

Graf yang menjadi kajian dalam artikel ini adalah kuadrat dari graf lintasan dengan $m \leq 8$. Kuadrat dari graf lintasan dengan P_m , dinotasikan dengan P_m^2 , adalah graf yang diperoleh dari P_m dengan

menambahkan sisi-sisi di antara setiap pasangan titik yang memiliki jarak 2 di P_m . Sedangkan secara umum, pangkat ke- k dari sebuah graf sederhana $G = (V, E)$ dinotasikan dengan G^k adalah graf dengan himpunan titik V , dua titik berbeda di G^k bertetangga jika dan hanya jika jarak keduanya di G tak lebih panjang dari k . Oleh karena itu, setiap graf terhubung dengan m titik akan menjadi graf lengkap K_m jika dipangkatkan dengan bilangan yang lebih besar sama dengan $m - 1$. Barisan derajat dari sebuah graf adalah daftar derajat dari semua titik-tik pada graf tersebut. Sehingga P_m^2 untuk $m \leq 8$ dan barisan derajatnya diilustrasikan pada **Gambar 1** berikut.



Gambar 1. Kuadrat Graf Lintasan dengan $m \leq 8$ titik.

Metode

Artikel ini akan berfokus di graf-graf yang Kuadrat Graf Lintasan-jenuh minimum yang diperoleh secara komputasi menggunakan Maple 18, dengan algoritma-algoritma berikut:

Algoritma 1. Misalkan $n \geq 2$ dan $m \geq 2$ adalah bilangan bulat.

1. Misalkan $\{G_1, G_2, \dots, G_p\}$ adalah himpunan seluruh graf dengan n titik yang saling tak isomorfik.
2. Definisikan $\Gamma(n) := \{\}$
3. **for** i **from** 1 **to** p **do**
 if $G_i \not\cong P_m^2$ **then**
 Definisikan $E' := \{\}$
 for j **from** 1 **to** $|E(G_i)|$ **do**

```

    if  $G_i + e_j \supseteq P_m^2$  then  $E' := E' \cup \{e_j\}$  end if;
  end do;
  if  $E' = E(\bar{G})$  then  $\Gamma(n) := \Gamma(n) \cup \{G_i\}$  end if;
end do;
```

4. $\Gamma(n)$ adalah himpunan graf-graf dengan n titik yang P_m^2 -jenuh

Algoritma 1 memeriksa setiap graf dengan n titik yang tak memuat P_m^2 tetapi setiap penambahan sisi menghasilkan P_m^2 sebagai subgraf. Sehingga berdasarkan definisi Algoritma 1 memberikan graf dengan n titik yang P_m^2 -jenuh. Jaminan bahwa terdapat graf yang P_m^2 -jenuh telah tercantum dalam [4]. Algoritma 2 berikut berperan memilih graf-graf dengan banyaknya sisi minimum dari himpunan graf P_m^2 -jenuh yang diperoleh pada Algoritma 1.

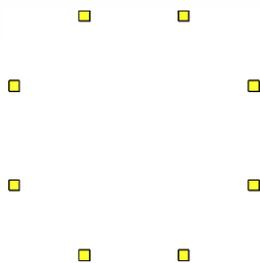
Algoritma 2. Misalkan $n \geq 2$ dan $m \geq 2$ adalah bilangan bulat.

1. Perhatikan bahwa $\Gamma(n)$ adalah himpunan graf-graf dengan n titik yang P_m^2 -jenuh
2. Misalkan $\Gamma_i(n)$ adalah graf anggota $\Gamma(n)$ dengan $i \in \{1, 2, \dots, |\Gamma(n)|\}$
3. **for** i **from** 2 to $|\Gamma(n)|$ **do**
 definisikan $Sat(n, P_m^2) := \{\Gamma_1(n)\}$
if $|E(\Gamma_i(n))| < |E(\Gamma_{i-1}(n))|$ **then** $Sat(n, P_m^2) := \{\Gamma_i(n)\}$
else if $|E(\Gamma_i(n))| = |E(\Gamma_{i-1}(n))|$ **then** $Sat(n, P_m^2) := Sat(n, P_m^2) \cup \{\Gamma_1(n)\}$
end if;
end do;
4. $Sat(n, P_m^2)$ adalah himpunan seluruh graf yang P_m^2 -jenuh minimum

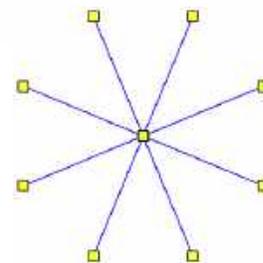
Hasil dan Diskusi

Perhatikan bahwa untuk $m = 1$ sudah jelas bahwa tidak dapat dilakukan penambahan sisi pada graf dengan satu titik, sehingga n dalam artikel ini untuk $m \geq 2$.

Teorema 1. [1] Jika $2 \leq t \leq n$, maka $sat(n, K_t) = (t - 2)(n - t + 2) + \binom{t-2}{2}$ dan $Sat(n, K_t)$ hanya memuat sebuah graf $K_{t-2} + \overline{K_{n-t+2}}$.



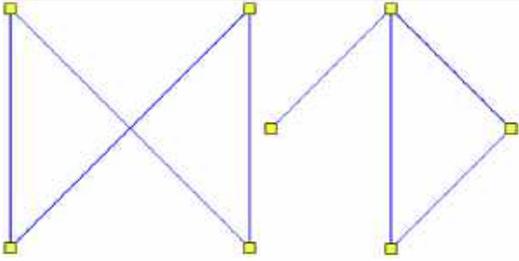
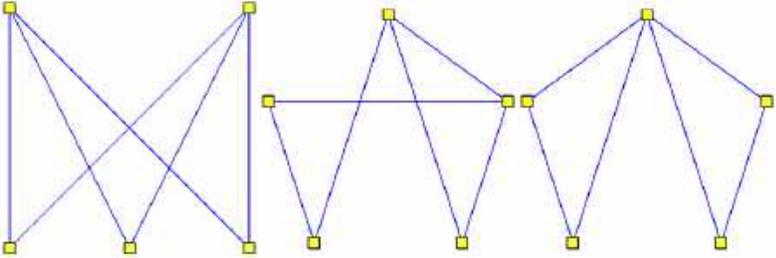
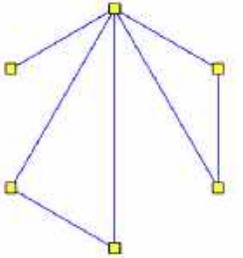
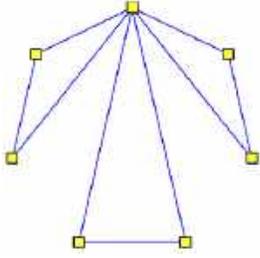
Gambar 2. Graf $\overline{K_8}$ adalah graf P_2^2 -jenuh minimum untuk 8 titik dengan barisan derajat $[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$



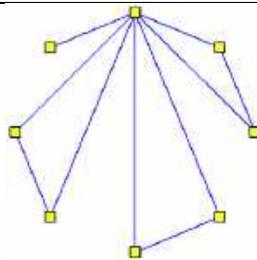
Gambar 3. Graf $S_8 = K_{1,8}$ adalah graf P_3^2 -jenuh minimum untuk 9 titik dengan barisan derajat $[8, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$

Sehingga berdasarkan Teorema 1 maka dapat disimpulkan untuk $Sat(n, P_2^2) = \{\overline{K_n}\}$ yaitu graf komplemen dari graf lengkap n titik dan $Sat(n, P_3^2) = \{K_1 + \overline{K_{n-1}}\} = \{S_{n-1}\} = \{K_{1,n-1}\}$ yaitu graf bipartite $K_{1,n-1}$ atau di kenal juga dengan istilah graf bintang S_{n-1} . Selanjutnya representasi graf-graf yang P_m^2 -jenuh minimum untuk $4 \leq n \leq 8$ dan $4 \leq m \leq 8$ akan disajikan dalam Tabel 1 lengkap dengan barisan derajat dari graf-graf tersebut dan bilangan jenuh $sat(n, P_m^2)$.

Tabel 1. Graf-graf yang P_m^2 -jenuh minimum dan barisan derajatnya.

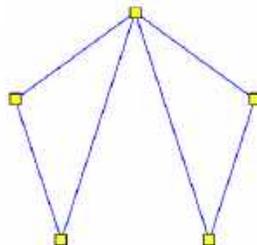
n	m	$sat(n, P_m^2)$	Graf-graf di $Sat(n, P_m^2)$ dan barisan derajatnya
4	4	4	 $[2,2,2,2]$ $[3,2,2,1]$
5	4	6	 $[3,2,2,2,3]$ $[3,3,2,2,2]$ $[4,2,2,2,2]$
6	4	7	 $[5,2,2,2,2,1]$
7	4	9	 $[6,2,2,2,2,2,2]$

8 4 10



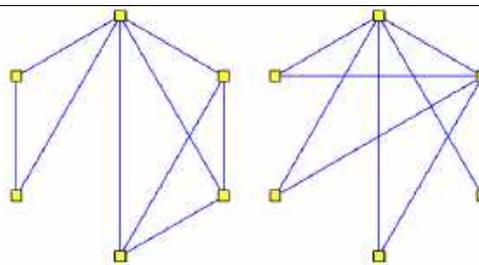
[7,2,2,2,2,2,1]

5 5 6



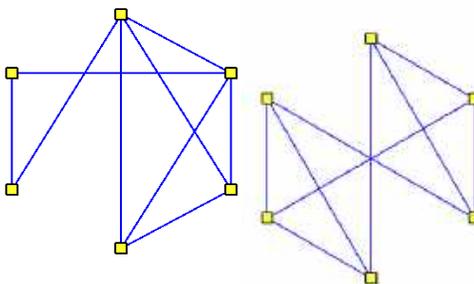
[4,2,2,2,2]

6 5 9



[5,3,3,3,2,2]

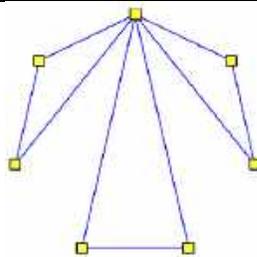
[5,5,2,2,2,2]

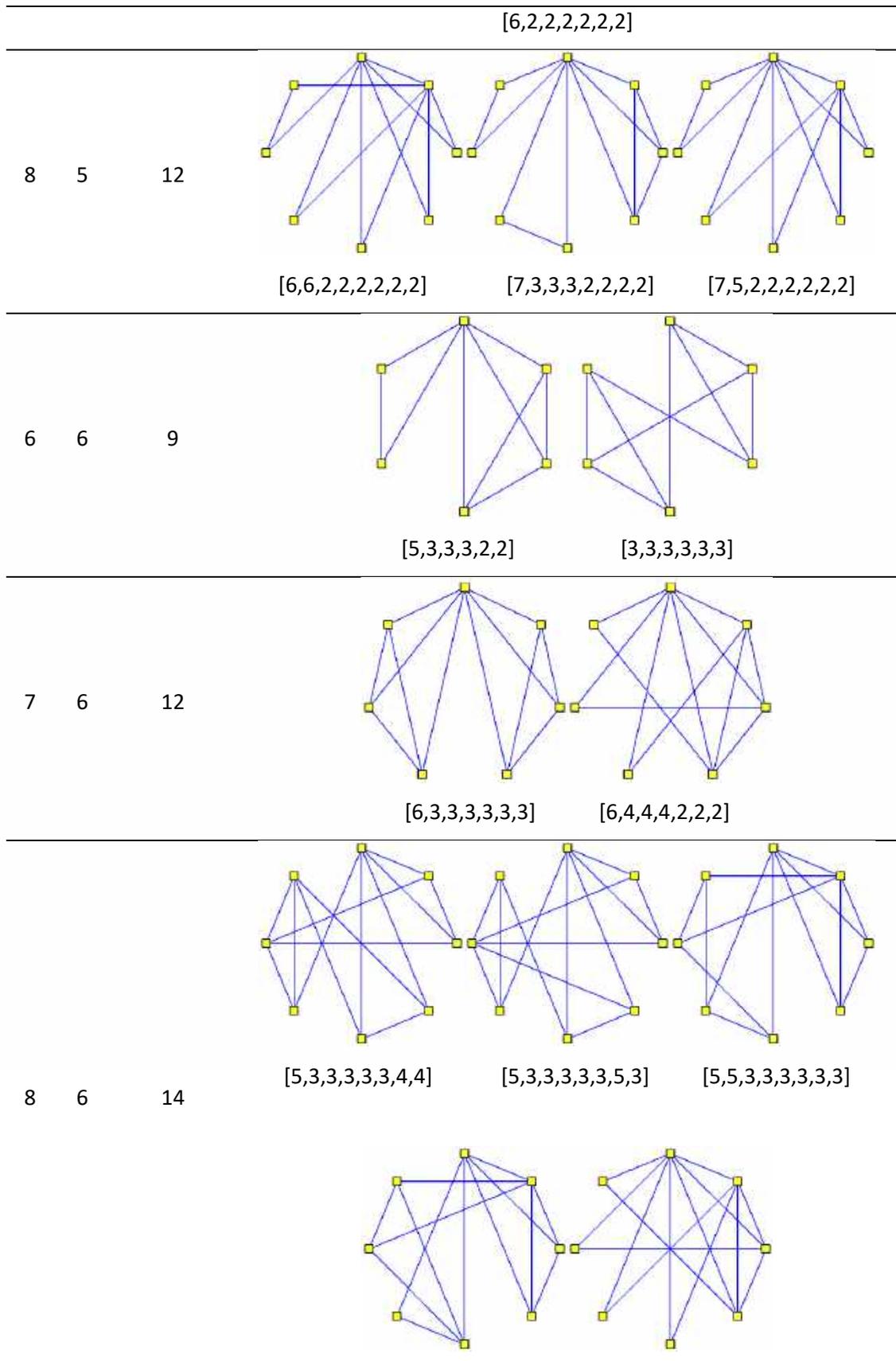


[4,4,3,3,2,2]

[3,3,3,3,3,3]

7 5 9





			[5,5,3,3,4,2,3,3]	[7,5,4,4,2,2,2,2]	
7	7	12			
			[6,3,3,3,3,3,3]		
8	7	15			
			[7,4,3,3,3,4,3,3]		
8	8	16			
			[4,4,4,4,4,4,4,4]	[7,4,4,4,4,3,3,3]	[5,5,3,3,4,4,4,4]

Teorema 1 dan Tabel 1 memberikan gambaran bahwa semua graf yang P_m^2 - jenuh minimum untuk $3 \leq m \leq 8$ dan $3 \leq n \leq 8$ adalah graf yang terhubung, berdiameter 2 (dua), memiliki derajat minimum tak kurang dari 2 (dua) untuk $m = 5$ dan $m = 6$ sedangkan untuk $m = 7$ dan $m = 8$ memiliki derajat minimum tak kurang dari 3 (tiga), serta baik sebagai fungsi dari m maupun fungsi dari n terlihat bilangan jenuh untuk P_m^2 merupakan fungsi yang monoton naik.

Kesimpulan

Dengan menggunakan pendataan secara komputasi diperoleh graf-graf dengan n titik yang P_m^2 -jenuh minimum untuk $m \leq 8$ dan $n \leq 8$, bilangan jenuh $sat(n, P_m^2)$ dan barisan derajat dari graf tersebut. Semua graf yang P_m^2 - jenuh minimum untuk $3 \leq m \leq 8$ dan $3 \leq n \leq 8$ adalah graf yang terhubung, berdiameter 2 (dua), memiliki derajat minimum tak kurang dari 2 (dua) untuk $m = 5$ dan $m = 6$ sedangkan untuk $m = 7$ dan $m = 8$ memiliki derajat minimum tak kurang dari 3 (tiga), serta baik sebagai fungsi dari m maupun fungsi dari n terlihat bilangan jenuh untuk P_m^2 merupakan fungsi yang monoton naik.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Jurusan Matematika dan pihak-pihak lain yang ikut berperan serta dalam penelitian ini.

Referensi

- [1] W. Mantel, "Problem 28," *Wiskundige Opgaven*, vol. 10, pp. 60-61, 1907.
- [2] P. Erdős and T. Gallai, "On the minimal number of vertices representing the edges of graph.," *Magyar tud. Akad. Mat. Kutato Int. Kozl.*, vol. 6, pp. 181-203, 1961.
- [3] P. Erdős, A. Hajnal and J. W. Moon, "A problem in graph theory," *Amer. Math. Monthly*, vol. 71, pp. 1107-1110, 1964.
- [4] P. Turán, "Eine Extremalaufgabe aus der Graphentheorie," *Mat. Fiz. Lapok*, vol. 48, no. 1941, pp. 436-452, 1941.

Model Regresi Data Panel Terbaik untuk Faktor Penentu Laba Neto Perusahaan Asuransi Umum Syariah di Indonesia

Delia Fatharani Durrah^{1, a)}, Rini Cahyandari^{1, b)}, Asep Solih Awalluddin^{1, c)}

¹Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Gunung Djati Bandung

^{a)}email: deliafd98@gmail.com

^{b)}email: rcahyandari@yahoo.com

^{c)}email: aasolih@gmail.com

Abstrak

Data panel merupakan gabungan antara data *cross section* dengan data *time series*. Model regresi data panel terbaik pada penelitian ini adalah *Random Effect Model* (REM). Faktor penentu laba neto (Y) yang diteliti yaitu biaya klaim (X_1), pendapatan investasi neto (X_2), hasil *underwriting* (X_3), dan pendapatan premi neto (X_4). Hasil uji kecocokan model untuk mengetahui faktor penentu laba neto perusahaan asuransi umum syariah di Indonesia menunjukkan bahwa biaya klaim, hasil *underwriting*, dan pendapatan premi neto mempengaruhi laba neto perusahaan asuransi umum syariah di Indonesia selama periode pengamatan tahun 2014-2017.

Kata kunci: Data Panel, Random Effect Model (REM), Biaya Klaim, Hasil Underwriting, dan Pendapatan Premi Neto

Abstract

Panel data is a combination of cross section data with time series data. The best panel data regression model in this study is the Random Effect Model (REM). Determinants of net profit (Y) studied were claim costs (X_1), net investment income (X_2), underwriting results (X_3), and net premium income (X_4). Model fit test results to determine the determinants of net profit of sharia general insurance companies in Indonesia show that claim costs, underwriting results, and net premium income affect net profit of sharia general insurance companies in Indonesia during the 2014-2017 observation period.

Keywords: Panel Data, Random Effect Model (REM), Claim Costs, Underwriting Results, and Net Premium Income

Pendahuluan

Asuransi adalah salah satu usaha yang dilakukan oleh peserta untuk dapat melindungi suatu hal atau barang dari kerugian maupun musibah yang dapat terjadi di kemudian hari. Perusahaan asuransi berfungsi untuk memberikan layanan berupa jasa dalam menanggulangi kemungkinan terjadinya risiko tersebut kepada masyarakat [1]. Proses operasional serta transaksi yang ada di dalam sistem asuransi syariah dilarang bertentangan dengan ketentuan yang diharamkan oleh Allah.

Perusahaan asuransi umum dengan sistem syariah dibagi menjadi dua bagian yaitu prinsip syariah dan unit syariah. Pertumbuhan jumlah industri asuransi umum syariah setiap tahun pengamatan terdapat pada tabel 1 berikut.

Tabel 1. Pertumbuhan Industri Asuransi Umum dengan Prinsip Syariah Tahun 2014-2017

Keterangan	2014	2015	2016	2017
Perusahaan Asuransi Umum dengan Prinsip Syariah	2	3	4	5
Perusahaan Asuransi Umum yang Memiliki Unit Syariah	23	24	24	25

Sumber: Statistik Perasuransian Indonesia (Otoritas Jasa Keuangan)

Bertambahnya jumlah industri dari asuransi umum prinsip syariah dan unit syariah membawa pengaruh positif terhadap perusahaan asuransi sebagai penyedia layanan asuransi. Semakin banyak masyarakat yang tertarik pada produk asuransi diharapkan laba perusahaan juga meningkat. Untuk menghasilkan laba, perusahaan mengelola dana yang ada dari kontribusi peserta secara hati-hati. Contohnya, yaitu dengan melakukan pembayaran klaim peserta, melakukan investasi secara syariah, serta mengelompokkan risiko yang akan ditanggung oleh perusahaan asuransi melalui proses *underwriting* dengan tepat.

Penelitian dilakukan untuk mengetahui apakah empat faktor seperti biaya klaim, pendapatan investasi neto, hasil *underwriting*, dan pendapatan premi neto menentukan laba neto perusahaan asuransi umum syariah di Indonesia atau tidak selama tahun 2014-2017. Data pada penelitian menggunakan data panel. Untuk mengetahui faktor penentu laba neto dibutuhkan analisis regresi data panel. Pada analisis regresi dengan data panel, menggunakan tiga jenis model estimasi data yaitu *Common Effect Model*, *Fixed Effect Model*, dan *Random Effect Model* yang kemudian akan dipilih sebagai model estimasi terbaik.

Sebagaimana penjelasan mengenai latar belakang tersebut penulis melakukan penelitian dengan judul "Model Regresi Data Panel Terbaik untuk Faktor Penentu Laba Neto Perusahaan Asuransi Umum Syariah di Indonesia".

Metode

1. Identifikasi Variabel

a) Variabel Dependen (Terikat)

Variabel dependen pada penelitian ini adalah laba neto (Y) yang digunakan sebagai ukuran pendapatan neto perusahaan.

Laba yaitu selisih perolehan pendapatan selama transaksi yang dilakukan perusahaan pada periode tertentu kemudian dikurangi pengeluaran biaya transaksi.

b) Variabel Independen (Bebas)

Variabel independen pada penelitian ini yaitu,

-Biaya Klaim (X_1): Biaya klaim adalah kompensasi yang dibayarkan atau liabilitas kepada perusahaan asuransi jika terjadi kerugian, terdiri dari klaim reasuransi, estimasi klaim retensi sendiri, dan klaim bruto.

- Pendapatan Investasi Neto (X_2): Pendapatan bersih yang diperoleh dari kegiatan investasi yang dilakukan oleh perusahaan asuransi.
- Hasil *Underwriting* (X_3): Pengukuran hasil *underwriting* didasarkan pada perbedaan antara pendapatan *underwriting* dikurangi dengan beban *underwriting*.
- Pendapatan Premi Neto (X_4): Pendapatan yang diperoleh dari kontribusi peserta di dalam asuransi syariah.

2. Metode Penelitian

Jenis penelitian adalah penelitian kuantitatif, dengan menggunakan data sekunder berupa data laporan keuangan tahunan perusahaan yang telah diterbitkan selama tahun pengamatan. Populasi pada penelitian ini yaitu perusahaan sektor asuransi umum (kerugian) syariah di Indonesia menggunakan metode *purposive sampling*. Kriteria untuk mendapatkan sampel adalah sebagai berikut:

- a) Perusahaan asuransi umum syariah yang diamati yaitu dengan prinsip syariah dan yang memiliki unit usaha syariah yang terdaftar di Otoritas Jasa Keuangan (OJK) tahun 2014-2017.
- b) Setiap tahun pengamatan, laporan keuangan selalu disajikan oleh perusahaan tersebut serta menyajikan data yang dibutuhkan selama pengamatan.

3. Metode Estimasi Model Regresi Data Panel

Terdapat tiga metode yang digunakan untuk mengestimasi model regresi data panel yaitu:

a) *Ordinary Least Square* (OLS)

Metode OLS memberikan estimasi dari β_0 dan β_1 secara unik sehingga memberikan kemungkinan nilai *error* kuadrat terkecil [2].

b) *Least Square Dummy Variable* (LSDV)

Metode LSDV tidak berbeda jauh dengan metode OLS atau *Ordinary Least Square*, yaitu dengan meminimumkan dan melakukan turunan pertama fungsi kuadrat *error*.

c) *Generalized Least Square* (GLS)

Metode GLS dilakukan dengan mentransformasikan variabel-variabel asli, dengan memenuhi asumsi klasik dan menerapkan metode *Ordinary Least Square* (OLS) pada variabel yang sudah ditransformasikan [13].

4. Model Regresi Data Panel dan Estimasi Parameter

a) *Common Effect Model*

Common Effect Model adalah model yang paling sederhana karena hanya menggabungkan data cross section dan time series. Sehingga, perbedaan nilai antara cross section dan time series diabaikan [4]. Bentuk model regresi *Common Effect Model* yakni,

$$Y_{it} = \beta_0 + \beta_1 X_{1it} + \beta_2 X_{2it} + \dots + \beta_k X_{kit} + u_{it} \quad (1)$$

Common Effect Model diestimasi menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Bentuk estimasi parameter *Common Effect Model* sebagai berikut,

$$\hat{\beta}_{OLS} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (2)$$

b) *Fixed Effect Model*

Individualitas masing-masing perusahaan (individu), dapat dihitung pada *Fixed Effect Model* dengan membuat variasi pada intersep untuk setiap perusahaan dan koefisien *slope* diasumsikan konstan. Bentuk model regresi *Fixed Effect Model* yakni [5],

$$Y_{it} = \beta_{0i} + \beta_1 X_{1it} + \beta_2 X_{2it} + \dots + \beta_k X_{kit} + u_{it} \quad (3)$$

Perbedaan setiap individu pada intersep (β_{0i}) yaitu dengan menggunakan variabel *dummy*. Maka bentuk persamaan *Fixed Effect Model* (FEM) menjadi:

$$Y_{it} = \beta_{0i} D_{it} + \beta_1 X_{1it} + \beta_2 X_{2it} + \dots + \beta_k X_{kit} + u_{it} \quad (4)$$

Fixed Effect Model diestimasi menggunakan metode *Least Square Dummy Variable* (LSDV). Bentuk estimasi parameter *Fixed Effect Model* sebagai berikut,

$$\hat{\beta} = (X'QX)^{-1}(X'QY) \quad (5)$$

c) *Random Effect Model*

Random Effect Model melibatkan korelasi antar *error term* karena berubahnya waktu maupun unit observasi. Perbedaan nilai intersep dari setiap perusahaan tercermin dalam *error* μ_i . Bentuk model regresi *Random Effect Model* yakni [3],

$$Y_{it} = \beta_{0i} + \beta_1 X_{1it} + \beta_2 X_{2it} + \dots + \beta_k X_{kit} + v_{it} \quad (6)$$

Koefisien β_{0i} diasumsikan sebagai variabel acak dengan nilai rerata β_0 . Nilai intersep untuk individu yakni:

$$\beta_{0i} = \beta_0 + \mu_i \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (7)$$

Random Effect Model diestimasi menggunakan metode *Generalized Least Square* (GLS). Bentuk estimasi parameter *Random Effect Model* sebagai berikut [6],

$$\hat{\beta}_{GLS} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}Y \quad (8)$$

5. Uji Spesifikasi Model

Terdiri dari tiga uji spesifikasi model yang dilakukan untuk mengetahui model regresi data panel terbaik yaitu,

a) Uji *Chow*

Uji *Chow* dilakukan untuk memilih antara *Common Effect Model* sebagai (H_0) dan *Fixed Effect Model* sebagai (H_1). Rumus untuk menghitung uji *Chow* yakni,

$$F_{hitung} = \frac{(ESS_R - ESS_U)/(N - 1)}{ESS_U/((T - 1)N - k)} \quad (9)$$

b) Uji *Hausman*

Uji *Hausman* digunakan dalam memilih antara *Fixed Effect Model* (FEM) sebagai H_0 dan *Random Effect Model* (REM) sebagai H_1 . Statistik uji *Hausman* adalah sebagai berikut,

$$m = \hat{q}'[var(\hat{q})]^{-1}\hat{q} \quad (10)$$

c) Uji *Lagrange Multiplier*

Uji *Lagrange Multiplier* (LM) digunakan untuk memilih antara *Random Effect Model* sebagai H_0 dengan *Common Effect Model* sebagai H_1 . Statistik uji *Lagrange Multiplier*,

$$LM = \frac{NT}{2(T - 1)} \left[\frac{\sum_{i=1}^N (T\tilde{u}_i)^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \tilde{u}_{it}^2} - 1 \right]^2 \quad (11)$$

Hasil dan Diskusi

Terdapat 19 perusahaan asuransi umum syariah di Indonesia yang diteliti tahun 2014-2017 yaitu PT Asuransi Takaful umum, PT Asuransi Chubb Syariah Indonesia, PT Asuransi Adira Dinamika, PT Asuransi Allianz Utama Indonesia, PT Asuransi Bangun Askrida, PT Asuransi Bintang Tbk, PT Asuransi Bringin

Sejahtera Arthamakmur, PT Asuransi Central Asia, PT Asuransi Parolamas, PT Asuransi Ramayana Tbk, PT Asuransi Sinar Mas, PT Asuransi Staco Mandiri, PT Asuransi Tri Pakarta, PT Asuransi Umum Bumiputera Muda 1967, PT Asuransi Umum Mega, PT Tugu Pratama Indonesia, PT Asuransi Kresna Mitra Tbk, PT Asuransi Wahana Tata, dan PT Pan Pacific Insurance.

Untuk memilih model estimasi regresi data panel terbaik pada pengamatan perlu dilakukan uji spesifikasi model yang terdiri dari uji *Chow*, uji *Hausman*, dan uji *Lagrange Multiplier* sebagaimana tertera pada tabel 2 berikut.

Tabel 2. Uji Spesifikasi Model Regresi Data Panel

Uji <i>Chow</i>	Uji <i>Hausman</i>	Uji <i>Lagrange Multiplier</i>
$F_{hitung}(11.218) >$ $F_{tabel}(1.802)$ Terpilih: <i>Fixed Effect Model</i>	$\rho - value(0.8106) > 0.05$ Terpilih: <i>Random Effect Model</i>	$\rho - value(9.477 \times 10^{-11})$ > 0.05 Terpilih: <i>Random Effect Model</i>

Maka bentuk model regresi data panel *Random Effect Model* (REM) dengan 19 perusahaan yang diobservasi selama empat tahun pada pengamatan ini adalah sebagai berikut:

$$\hat{Y}_{it} = \sum_{i=1}^{19} \sum_{t=1}^4 \beta_{0i} + \sum_{i=1}^{19} \sum_{t=1}^4 \beta_{1it} X_{1it} + \sum_{i=1}^{19} \sum_{t=1}^4 \beta_{2it} X_{2it} + \sum_{i=1}^{19} \sum_{t=1}^4 \beta_{3it} X_{3it} + \sum_{i=1}^{19} \sum_{t=1}^4 \beta_{4it} X_{4it} \quad (12)$$

atau dapat dituliskan sebagai,

$$\hat{Y}_{it} = \beta_{0i} + 1.03600X_{1it} + 0.29146X_{2it} + 1.25631X_{3it} - 0.95444X_{4it} \quad (13)$$

Nilai intersep *Random Effect Model* (REM) setiap perusahaan yang diteliti pada pengamatan ini bervariasi. Perbedaan nilai intersep ini menunjukkan bahwa setiap perusahaan memiliki nilai laba netto yang berbeda-beda. Hasil *output* besar nilai intersep setiap perusahaan yang diteliti pada *Random Effect Model* (REM) yang disajikan pada tabel 3 berikut.

Tabel 3. Nilai Intersep Perusahaan *Random Effect Model*

Perusahaan	Nilai Intersep	Perusahaan	Nilai Intersep
A	-20495.9172	K	28517.5593
B	-11395.1593	L	-1435.5912
C	4095.3153	M	3134.8734
D	-1383.0741	N	-2519.6429
E	261.0373	O	4554.2805
F	3548.7367	P	1119.7812
G	-2364.4695	Q	-2324.8657
H	-145.1089	R	-3526.2014
I	-3027.6664	S	-1916.2098
J	5302.3229		

Berdasarkan hasil *output Random Effects Model* (REM) dapat disimpulkan bahwa:

1. Terdapat hubungan positif antara biaya klaim, pendapatan investasi neto, dan hasil *underwriting* dengan laba neto. Dengan demikian jika biaya klaim, pendapatan investasi neto, dan hasil *underwriting* meningkat maka laba neto juga meningkat.
2. Terdapat hubungan negatif antara pendapatan premi neto dengan laba neto. Dengan demikian jika pendapatan premi neto menurun maka laba neto juga menurun.
3. Pendapatan investasi neto tidak memiliki pengaruh terhadap laba neto. Hal ini dapat terjadi karena tujuan kegiatan investasi adalah untuk memperoleh pendapatan, sedangkan hasil dari kegiatan investasi tidak dapat dipastikan. Sedangkan biaya klaim dan hasil *underwriting* memiliki pengaruh yang signifikan terhadap laba neto. Biaya klaim yang harus dikeluarkan selama tahun pengamatan masih dalam batas wajar, sehingga laba yang dihasilkan semakin besar. Hasil *underwriting* selama tahun pengamatan mampu menutupi beban *underwriting*, maka terdapat surplus *underwriting*. Sehingga semakin tinggi hasil *underwriting* mempengaruhi besar laba neto perusahaan asuransi.
4. Sedangkan, pendapatan premi neto memiliki pengaruh yang signifikan terhadap laba neto. Hal ini dapat terjadi karena setiap premi yang dibayarkan oleh peserta memiliki unsur risiko. Jika risiko terjadi semakin besar maka jumlah laba yang dihasilkan semakin menurun.
5. Jika biaya klaim bertambah sebanyak satu poin maka, laba neto akan bertambah sebanyak 1.03600 poin. Jika pendapatan investasi neto bertambah sebanyak satu poin, maka laba neto akan bertambah sebanyak 0.29146 poin. Jika hasil *underwriting* bertambah sebanyak satu poin maka, laba neto akan bertambah sebanyak 1.25631 poin. Jika pendapatan premi neto bertambah sebanyak satu poin, maka laba neto akan berkurang sebanyak 0.95444 poin. Asumsi bahwa variabel bebas yang lain pada model regresi konstan.
6. Tanpa dipengaruhi oleh biaya klaim, pendapatan investasi neto, hasil *underwriting*, dan pendapatan premi neto, rata-rata laba neto adalah dengan asumsi variabel lain konstan.

Uji hipotesis dilakukan untuk mengetahui apakah *Random Effect Model* (REM) pada regresi data panel signifikan seperti pada tabel 4 berikut.

Tabel 4. Uji Hipotesis

Koefisien Determinasi	Uji Hipotesis	
	Uji <i>F</i>	Uji <i>t</i>
$R^2 = 0.31227$	$F_{hitung} (8.05676) > F_{tabel} (2.50076)$	1. $ t_{hitung} $ Biaya Klaim 3.4414 > $t_{tabel} (1.66660)$ 2. $ t_{hitung} $ Pendapatan Investasi Neto 1.4489 < $t_{tabel} (1.66660)$ 3. $ t_{hitung} $ Hasil <i>Underwriting</i> 3.57648 > $t_{tabel} (1.66660)$ 4. $ t_{hitung} $ Pendapatan Premi Neto 3.14654 > $t_{tabel} (1.66660)$

Pengaruh biaya klaim, pendapatan investasi neto, hasil *underwriting*, dan pendapatan premi neto di dalam model dapat menjelaskan laba neto sebesar 31.227%. Sedangkan 68.773% sisanya dijelaskan oleh variabel lain diluar model yang tidak diteliti. Biaya klaim, pendapatan investasi neto, hasil *underwriting*, dan pendapatan premi neto secara simultan mempengaruhi laba neto perusahaan asuransi umum syariah di Indonesia dengan faktor yang berpengaruh terhadap laba neto perusahaan Asuransi umum syariah di Indonesia selama periode pengamatan tahun 2014-2017 adalah biaya klaim, hasil *underwriting*, dan pendapatan premi neto.

Kesimpulan

Kesimpulan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Model regresi data panel *Random Effect Model* (REM) terpilih sebagai model regresi data panel terbaik untuk mengetahui faktor-faktor penentu laba neto perusahaan asuransi umum syariah di Indonesia.
2. Hasil uji kecocokan model mendapatkan kesimpulan bahwa biaya klaim, hasil *underwriting*, dan pendapatan premi neto mempengaruhi laba neto perusahaan asuransi umum syariah di Indonesia selama periode pengamatan tahun 2014-2017.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Jurusan Matematika dan pihak-pihak lain yang ikut berperan serta dalam penelitian ini.

Referensi

- [1] A. Rahmawati, "Kinerja Keuangan dan Tingkat Pengembalian Saham: Studi pada Perusahaan Asuransi di Bursa Efek Indonesia," *Jurnal Bisnis dan Manajemen*, vol. 7, pp. 1-14, April 2017.
- [2] D. N. d. D. C. P. Gujarati, *Dasar-Dasar Ekonometrika Buku 1*, 5 ed., D. A. Halim, Ed., Jakarta: Salemba Empat, 2012.
- [3] D. N. Gujarati, *Basics Econometrics*, 4th Edition ed., New York: McGraw-Hill/Irwin, 2003.
- [4] Widarjono, *Ekonometrika Teori dan Aplikasi Untuk Ekonomi dan Bisnis*, Yogyakarta: Ekonosia, 2007.
- [5] M. T. d. M. A. Ijomah, "Fixed Effect Versus Random Effects Modelling in a Panel Data Analysis; A Consideration of Economic and Political Indicators in Six African Countries," *International Journal of Statistics and Applications*, pp. 275-279, 2017.
- [6] T.D.d.R.L.Wright, "Pooling Cross-Sectional and Time Series Data- A Review of Statistical Estimation Techniques," Januari 1977.

Pengelompokan Kabupaten/Kota di Jawa Barat Tahun 2018 Berdasarkan Indikator Kemiskinan dengan *Polythetic Divisive Method*

Clarita Simar^{1, a)}, Nurul Gusriani^{1, b)} dan lin Irianingsih^{1, c)}

¹Departemen Matematika Fakultas MIPA – Universitas Padjadjaran

^{a)}claritasimar57@gmail.com

^{b)}nurul.gusriani@unpad.ac.id

^{c)}iin.irianingsih@gmail.com

Abstrak

Masalah kemiskinan merupakan salah satu masalah yang bersifat multidimensi. Faktor kemiskinan pada setiap wilayah berbeda, dan hal tersebut dipengaruhi oleh banyak indikator kemiskinan. Pengukuran dan penentuan indikator kemiskinan akan memudahkan pemerintah membedakan tingkat kemiskinan pada suatu wilayah, sehingga pemerintah dapat membuat kebijakan yang lebih tepat untuk menanggulangi kemiskinan di wilayah tersebut. Penelitian ini bertujuan untuk mengelompokkan karakteristik suatu wilayah ke dalam beberapa kelompok berdasarkan variabel penjelas kemiskinan. Penelitian ini menggunakan data kemiskinan kabupaten/kota se-Jawa Barat pada tahun 2018 yang diperoleh dari BPS. Terkait dengan pengelompokan wilayah kemiskinan ke beberapa kategori, metode yang digunakan adalah metode hierarki pada analisis *cluster* yaitu *polythetic divisive method*. Banyaknya *cluster* optimal dipilih dengan menggunakan Dunn Index. Hasil yang diperoleh adalah *polythetic divisive method* menghasilkan tiga kelompok wilayah kemiskinan dengan Dunn Index sebesar 0,4490613. Karakteristik wilayah masing-masing *cluster* diharapkan dapat membantu pemerintah menentukan kebijakan yang sesuai untuk menanggulangi tingkat kemiskinan di Jawa Barat.

Kata kunci: Kemiskinan, Analisis Cluster, Polythetic Divisive Method, Dunn Index

Abstract

Poverty is one of the multidimensional problems. Poverty's factor in each region is different and is influenced by many poverty indicators. Measurement and determination of poverty indicators will make it easier for the government to distinguish poverty levels in an area, so that the government could make appropriate policies to tackle poverty in the region. This research is used to group the characteristics of an area into several groups of poverty based on poverty explanatory variables. This study used district/city poverty data throughout West Java in 2018 obtained from BPS. Associated with the classification of poverty areas into several categories, the method used was polythetic divisive method. Dunn Index was used to choose the optimal number of clusters. The result is polythetic divisive method produced the three best poverty area cluster with a Dunn Index of 0.4490613. The regional characteristics of each cluster are expected to help the government determine the appropriate policies to tackle poverty levels in West Java.

Keywords: Poverty, Cluster Analysis, Polythetic Divisive Method, Dunn Index

Pendahuluan

Kemiskinan merupakan masalah multidimensi yang tidak hanya tergantung pada variabel keuangan, tetapi juga non keuangan [1]. Faktor kemiskinan setiap wilayah berbeda, dan hal tersebut dipengaruhi oleh banyak indikator kemiskinan. Pengukuran dan penentuan indikator kemiskinan akan memudahkan pemerintah membedakan tingkat kemiskinan dan karakteristik daerah tersebut, sehingga pemerintah dapat membuat kebijakan yang lebih tepat untuk menanggulangi kemiskinan di wilayah tersebut. Oleh karena itu, pemerintah perlu mengelompokkan wilayah-wilayah ke beberapa kelompok kemiskinan berdasarkan variabel penjabar kemiskinan untuk mengetahui karakteristik wilayah. Metode hierarki pada analisis *cluster* merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengelompokkan data yang belum ditentukan banyaknya kelompok yang ingin dibentuk.

Analisis *cluster* merupakan salah satu metode statistika yang dapat digunakan untuk melakukan proses pengelompokan dengan menggunakan ukuran jarak. Analisis *cluster* dibagi menjadi dua metode, yaitu metode hierarki dan metode non hierarki. Metode hierarki dibagi menjadi *agglomerative method* (metode penggabungan) dan *divisive method* (metode pemisahan). Penelitian mengenai analisis *cluster* pernah dilakukan oleh Roux (2018), yaitu mengenai perbandingan algoritma *agglomerative* dan *divisive method* pada data leukemia, tembakar, dan iris [2]. Hasil penelitian Roux menyimpulkan bahwa algoritma *divisive method* lebih baik dibandingkan *agglomerative method*. Meskipun *divisive method* lebih jarang diaplikasikan daripada *agglomerative method*, tetapi *divisive method* memiliki kelebihan di struktur utama data. Berbeda dengan *agglomerative method*, pada *divisive method* semua informasi pada tahap awal digunakan sehingga dapat menghindari keputusan yang tidak tepat pada tahap sebelumnya [3].

Pada penelitian ini dilakukan *clustering* dengan menggunakan *divisive method* yaitu *polythetic divisive method* pada data kemiskinan seluruh kabupaten/kota di Jawa Barat tahun 2018 berdasarkan sepuluh indikator kemiskinan. Penelitian ini harus memenuhi asumsi bahwa tidak terdapat multikolinearitas antar variabel penjabar kemiskinan agar tidak merepresentasikan konsep yang sama dua kali atau lebih pada solusi akhir [4]. Banyaknya *cluster* wilayah kemiskinan pada penelitian ini akan lebih mudah ditangani pemerintah jika kurang dari lima karena kebijakan pengentasan kemiskinan yang dikeluarkan berwujud ke dalam empat kategori kelompok masyarakat [5]. Pemilihan *cluster* optimal dan metode analisis *cluster* terbaik menggunakan Dunn Index.

Metode

1. Analisis Cluster

Analisis *cluster* merupakan teknik multivariat yang mempunyai tujuan utama untuk mengelompokkan objek-objek berdasarkan kemiripan karakteristik yang dimilikinya. Secara garis besar, analisis *cluster* memiliki dua macam metode yaitu metode hierarki dan metode non hierarki. Metode hierarki terbagi menjadi dua, yaitu *agglomerative method* dan *divisive method*. Pada tahap awal *agglomerative method*, setiap objek berada pada satu *cluster* sehingga jumlah *cluster* sama dengan jumlah objek. Objek yang memiliki kemiripan paling tinggi digabung menjadi satu *cluster*. Proses yang sama akan berlanjut hingga akhirnya terbentuk satu *cluster* yang terdiri dari keseluruhan objek. Berbeda dengan *agglomerative method*, *divisive method* dimulai dengan satu *cluster* dan kemudian objek-objek pada *cluster* tersebut berpisah dan membentuk *cluster* baru hingga pada setiap *cluster* hanya terdapat satu objek.

Analisis *cluster* menggunakan ukuran jarak dalam pengelompokannya. Jarak Euclidean adalah ukuran jarak yang paling umum dikenal. Jarak Euclidean adalah jarak geometris antar dua objek data. Semakin

dekat jarak maka semakin mirip suatu objek data tersebut [6]. Rumus yang digunakan untuk menghitung jarak Euclidean antara objek i dengan j dengan variabel k terdapat pada persamaan berikut.

$$d_{i,j} = \left[\sum_{k=1}^p (x_{i,k} - x_{j,k})^2 \right]^{1/2} \quad (1)$$

untuk $i = j = 1, 2, \dots, n$; $k = 1, 2, \dots, p$.

$d_{i,j}$: jarak antara objek i dengan j

$x_{i,k}$: data ke i variabel ke k

$x_{j,k}$: data ke j variabel ke k

2. Polythetic Divisive Method

Polythetic divisive method merupakan salah satu *divisive method* yang menggunakan algoritma pemisahan untuk mengelompokkan objek-objek yang memiliki kemiripan karakteristik yang tinggi ke dalam satu kelompok. Pendekatan *polythetic divisive method* menggunakan semua variabel p untuk melakukan pemisahan.

Metode ini bekerja dengan cara menemukan jarak rata-rata objek yang paling jauh dari objek lainnya dalam satu kelompok, kemudian menggunakan objek itu sebagai benih untuk *splinter group* yaitu kelompok baru hasil pemisahan tersebut. Setelah itu, akan dihitung *difference* setiap objek di luar *splinter group* dengan rumus sebagai berikut:

$$diff(i) = [\bar{d}_{i,j}, j \notin sg_l] - [\bar{d}_{i,j}, j \in sg_l] \quad (2)$$

dengan:

$diff(i)$: *difference* untuk objek ke i di luar *splinter group*

$\bar{d}_{i,j}$: jarak rata-rata antara objek i dengan j

sg_l : *splinter group* ke l

Jika nilai *difference* terbesar positif, objek ke i akan bergabung dengan *splinter group*. Jika *difference* terbesar negative, prosedur akan dihentikan dan anggota *splinter group* ke l telah lengkap.

3. Dunn Index (DI)

Masalah utama dalam analisis *cluster* adalah menentukan berapa banyaknya *cluster*. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menentukan banyaknya *cluster* optimal adalah dengan menggunakan Dunn Index. Metode ini dapat menentukan banyaknya *cluster* optimal dengan prinsip meminimumkan jumlah kuadrat *error*.

Cluster yang datanya terpisah dengan baik akan memiliki nilai *Dunn Index* yang besar. Semakin besar nilai *Dunn Index* suatu *cluster*, semakin bagus *cluster* tersebut. Indeks ini bekerja dengan cara memaksimumkan jarak *intercluster* dan meminimumkan jarak *intracluster*. *Dunn Index* dapat dihitung dengan menggunakan rumus pada persamaan berikut.

$$DI_c = \min_{1 \leq r \leq c} \left\{ \min_{r+1 \leq s \leq c} \left(\frac{d(c_r, c_s)}{\max_{1 \leq q \leq c} diam(c_q)} \right) \right\} \quad (3)$$

dengan:

DI_c merupakan *Dunn Index* pada jumlah *cluster* $c = 1, 2, \dots, n$.

$d(c_r, c_s)$ merupakan jarak antara *cluster* c_r dan c_s yang dicari dengan menentukan jarak minimum antara objek i di *cluster* c_r dan objek j di *cluster* c_s .

$$d(c_r, c_s) = \min_{i \in c_r, j \in c_s} d_{i,j} \quad (4)$$

$diam(c_q)$ merupakan diameter dari *cluster* c_q yang dapat dihitung dengan rumus berikut

$$diam(c_q) = \max_{u,v \in c_q} d_{u,v} \quad (5)$$

Objek pada penelitian ini adalah data kemiskinan kabupaten/kota di Jawa Barat pada tahun 2018. Data tersebut berjumlah 27 kabupaten/kota di Jawa Barat yang diperoleh dari hasil Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) tahun 2018 melalui website www.jabar.bps.go.id [8].

Sepuluh variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah persentase kepala rumah tangga laki-laki (X_1), persentase penduduk miskin usia 15 tahun ke atas yang tamat SLTA+ (X_2), persentase penduduk miskin usia 15 tahun ke atas yang tidak bekerja (X_3), persentase pengeluaran non makanan rumah tangga miskin (X_4), persentase bangunan tempat tinggal milik sendiri (X_5), persentase rumah tangga dengan jenis lantai tanah (X_6), persentase rumah tangga dengan jenis dinding bambu (X_7), persentase rumah tangga dengan jenis atap beton (X_8), persentase rumah tangga yang menggunakan jamban sendiri (X_9), dan persentase rumah tangga yang menggunakan air layak (X_{10}).

Penelitian ini menggunakan analisis *cluster* dengan *ward's method*, *average linkage method*, dan *polythetic divisive method*. Data penelitian diolah menggunakan Microsoft Excel dan RStudio 1.2.1335.

Tahapan analisis data yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan data penelitian.
2. Melakukan pengujian tidak terdapat multikolinieritas antar semua variabel dengan *Variance Inflation Factor* (VIF). Multikolinieritas terindikasi apabila nilai $VIF_h > 10$ [7]. Rumus yang digunakan untuk menghitung nilai VIF terdapat pada persamaan berikut.

$$VIF_h = \frac{1}{1-R_h^2} \quad (6)$$

3. Melakukan *clustering* dengan *polythetic divisive method*.
4. Menghitung Dunn Index dari masing-masing jumlah *cluster*.
5. Menginterpretasikan hasil analisis *cluster*.

Langkah-langkah *clustering* dengan *polythetic divisive method* adalah sebagai berikut:

1. Menyatakan semua data dalam satu *cluster* yaitu $c = 1$ dan banyak *splinter group* $l = 0$.
2. Menghitung jarak Euclidean antar objek.
3. Memilih objek yang memiliki *highest average dissimilarity* atau jarak rata-rata terjauh ke objek lainnya.
4. Banyak *splinter group* bertambah satu yaitu $l = l + 1$.
5. Objek yang terpilih pada langkah 3 memisahkan diri dari *cluster* dan membentuk *cluster* baru atau *splinter group* ke l yaitu sg_l .
6. Banyak *cluster* bertambah satu menjadi $c = c + 1$.
7. Menghitung *difference* untuk setiap objek i di luar *splinter group*.
8. Jika $diff(i)$ terbesar positif, maka objek i tersebut masuk ke sg_l dan ulangi langkah 7. Jika negatif, lanjutkan ke langkah 10.
9. Melakukan pengujian jumlah *cluster* yaitu jika $c = n$, maka iterasi untuk *polythetic divisive method* selesai. Jika $c \neq n$, maka dilanjutkan ke langkah 11.

10. Memilih *cluster* dengan diameter terbesar atau *highest dissimilarity* antar objeknya. Kemudian *cluster* tersebut akan dipisah dengan mengulangi langkah 3-10.

Hasil dan Diskusi

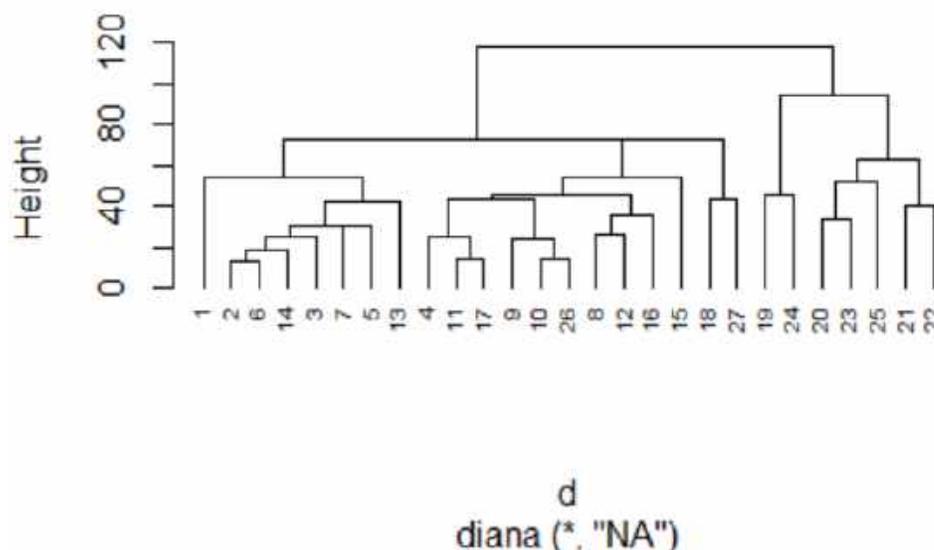
Sebelum dilakukan proses *clustering*, dilakukan pengujian terhadap asumsi multikolinearitas yaitu ada atau tidaknya multikolinearitas antar setiap variabel. Multikolinearitas terindikasi apabila $VIF_h > 10, \forall h$. Hasil dari pengolahan uji asumsi tidak ada multikolinearitas adalah sebagai berikut:

Tabel 1. Nilai VIF masing-masing variabel

h	R_h^2	VIF_h
1	0,6036	2,522704
2	0,7985	4,962779
3	0,2679	1,365934
4	0,5388	2,168257
5	0,4071	1,686625
6	0,7134	3,489184
7	0,6273	2,683123
8	0,6546	2,895194
9	0,6975	3,305785
10	0,577	2,364066

Berdasarkan Tabel 1, diketahui bahwa semua variabel penjas kemiskinan tersebut tidak terindikasi multikolinearitas atau memenuhi asumsi analisis *cluster*.

Tahapan *clustering* dilanjutkan menggunakan *polythetic divisive method* dengan bantuan RStudio yang digambarkan dengan menggunakan dendrogram. Dendrogram memiliki sumbu x yang menyatakan semua objek *clustering*, dan sumbu y menyatakan jarak dimana *cluster* dibentuk. Dendrogram *polythetic divisive method* dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Dendrogram *Polythetic Divisive Method*

Berdasarkan hasil *clustering*, dilakukan pemilihan jumlah cluster optimum menggunakan *Dunn Index* dengan membatasi banyaknya *cluster* kurang dari lima. Hasil perbandingan nilai *Dunn Index* pada ketiga metode *clustering* yang digunakan terdapat pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Dunn Index

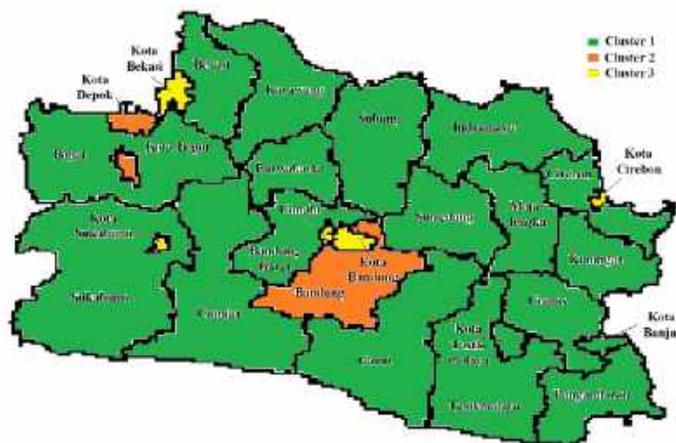
Banyak Cluster	<i>Dunn Index</i>
2	0,3458241
3	0,4490613
4	0,3723184

Berdasarkan Tabel 2, diketahui bahwa nilai Dunn Index tertinggi untuk *polythetic divisive method* sebesar 0,4490613 dengan banyak *cluster* tiga. Oleh karena itu, *cluster* optimum untuk *polythetic divisive method* adalah tiga *cluster*.

Hasil *clustering* dengan *polythetic divisive method* untuk tiga *cluster* adalah sebagai berikut:

1. *Cluster 1* terdiri dari 20 kabupaten/kota, yaitu Kabupaten Bogor, Kabupaten Sukabumi, Kabupaten Cianjur, Kabupaten Bandung, Kabupaten Garut, Kabupaten Tasikmalaya, Kabupaten Ciamis, Kabupaten Kuningan, Kabupaten Cirebon, Kabupaten Majalengka, Kabupaten Sumedang, Kabupaten Indramayu, Kabupaten Subang, Kabupaten Purwakarta, Kabupaten Karawang, Kabupaten Bekasi, Kabupaten Bandung Barat, Kabupaten Pangandaran, Kota Tasikmalaya, dan Kota Banjar.
2. *Cluster 2* terdiri dari 2 kota, yaitu Kota Bogor, dan Kota Depok.
3. *Cluster 3* terdiri dari 5 kota, yaitu Kota Sukabumi, Kota Bandung, Kota Cirebon, Kota Bekasi, dan Kota Cimahi.

Daerah *clustering* dengan *polythetic divisive method* dapat digambarkan dengan ilustrasi peta di Gambar 2.



Gambar 2. Peta *Clustering* dengan *Polythetic Divisive Method*

Berdasarkan setiap *cluster* yang diperoleh, dilakukan perhitungan rata-rata dari setiap indikator kemiskinan atau variabel penjas kemiskinan. Nilai rata-rata untuk setiap variabel pada setiap *cluster* terdapat pada Tabel 3 berikut:

Tabel 3. Variabel Tertinggi dan Terendah dengan *Polythetic Divisive Method*

Variabel	Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3
X_1	84.0305	67.665	90.94
X_2	10.807	39.49	24.724
X_3	47.8815	52.715	51.222
X_4	28.035	38.08	31.768
X_5	7.397	0.675	2.2
X_6	82.0385	75.07	42.47
X_7	27.6245	0	3.72
X_8	91.613	33.61	66.698
X_9	71.1775	91.86	92.344
X_{10}	63.0385	72.975	69.88

Berdasarkan perhitungan rata-rata tersebut, variabel yang memiliki nilai tertinggi dan terendah dari rata-rata setiap variabel pada masing-masing *cluster* dengan Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Variabel Tertinggi dan Terendah dengan *Polythetic Divisive Method*

Cluster	Indikator Tertinggi	Indikator Terendah
1	X_5, X_6, X_7, X_8	$X_2, X_3, X_4, X_9, X_{10}$
2	X_2, X_3, X_4, X_{10}	X_1, X_5, X_7, X_8
3	X_1, X_9	X_6

Kesimpulan

Kesimpulan berdasarkan analisis dan uraian pada bab sebelumnya adalah *polythetic divisive method* menghasilkan tiga kelompok kemiskinan dengan karakteristik masing-masing kelompok sebagai berikut:

1. *Cluster 1* terdiri dari 20 kabupaten/kota di Jawa Barat yaitu Kabupaten Bogor, Kabupaten Sukabumi, Kabupaten Cianjur, Kabupaten Bandung, Kabupaten Garut, Kabupaten Tasikmalaya, Kabupaten Ciamis, Kabupaten Kuningan, Kabupaten Cirebon, Kabupaten Majalengka, Kabupaten Sumedang, Kabupaten Indramayu, Kabupaten Subang, Kabupaten Purwakarta, Kabupaten Karawang, Kabupaten Bekasi, Kabupaten Bandung Barat, Kabupaten Pangandaran, Kota Tasikmalaya, dan Kota Banjar. Kelompok wilayah ini memiliki nilai tertinggi di karakteristik bangunan tempat tinggal milik sendiri, rumah tangga dengan jenis lantai tanah, rumah tangga dengan jenis dinding bambu, dan rumah tangga dengan jenis atap beton. Nilai terendah terdapat di karakteristik penduduk miskin usia 15 tahun ke atas yang tamat SLTA+, penduduk miskin usia 15 tahun ke atas yang tidak bekerja, pengeluaran non makanan rumah tangga miskin, rumah tangga yang menggunakan jamban sendiri, dan rumah tangga yang menggunakan air layak.
2. *Cluster 2* terdiri dari dua kota di Jawa Barat yaitu Kota Bogor, dan Kota Depok dengan nilai tertinggi di karakteristik penduduk miskin usia 15 tahun ke atas yang tamat SLTA+, penduduk miskin usia 15 tahun ke atas yang tidak bekerja, pengeluaran non makanan rumah tangga miskin, dan rumah tangga yang menggunakan air layak. Nilai terendah di karakteristik kepala rumah tangga laki-laki, bangunan tempat tinggal milik sendiri, rumah tangga dengan jenis dinding bambu, dan rumah tangga dengan jenis atap beton.

3. *Cluster* 3 terdiri dari lima kota di Jawa Barat yaitu Kota Sukabumi, Kota Bandung, Kota Cirebon, Kota Bekasi, dan Kota Cimahi dengan nilai tertinggi di karakteristik kepala rumah tangga laki-laki, dan rumah tangga yang menggunakan jamban sendiri, sedangkan nilai terendah di karakteristik rumah tangga dengan jenis lantai tanah.

Ucapan Terima Kasih

Penulis dapat mengucapkan terima kasih kepada pihak yang ikut berperan serta dalam penelitian ini, yang telah memberikan bantuan finansial dan atau fasilitas kepada penulis.

Referensi

- [1] Badan Pusat Statistik Provinsi DIY. 2017. *Laporan Akhir Analisis Kriteria dan Indikator Kemiskinan Multidimensi untuk Diagnostik Kemajuan Daerah di Daerah Istimewa Yogyakarta*. Diakses di: www.bappeda.jogjaprov.go.id pada 7 Januari 2020.
- [2] Roux, M. 2019. *A Comparative Study of Divisive and Agglomerative Hierarchical Clustering Algorithms*. *Journal of Classification*, 35(2), 345-366.
- [3] Kaufman, L. dan Rousseeuw, P.J. 2005. *Finding Groups in Data: An Introduction to Cluster Analysis*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- [4] Valovcin, S. 2013. *Assessing Residential Building Energy Simulation Accuracy Through the Use of Clustering*. Colorado: Colorado School of Mines. 8
- [5] Santoso, D. 2018. *Penduduk Miskin Transient*. Jakarta: Pustaka Obor.
- [6] Johnson, R.A. dan Wichern, D.W. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis Sixth Edition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- [7] Hair, J.F., Black, W.C., Babin, B.J., Anderson, R.E. 2014. *Multivariate Data Analysis Seventh Edition*. Harlow: Pearson Education Limited.
- [8] Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Barat. 2019. *Kemiskinan Kabupaten/Kota di Jawa Barat 2013-2018*. Diakses di: www.jabar.bps.go.id pada 28 Desember 2019

Penerapan Metode *Branch and Bound* dalam Optimalisasi Produk Mebel (Studi kasus: Toko Mebel di Jalan Marsan Panam)

Elfira Safitri^{1a)}, Sri Basriati^{1b)} dan Hasyratul Najmi^{1c)}

¹Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau

^{a)} email: elfira.safitri@uin-suska.ac.id

^{b)} email: sribasriati@uin-suska.ac.id

^{c)} email: hasyratulnajmi96@gmail.com

Abstrak

Setiap pelaku usaha atau pelaku ekonomi pasti melakukan prinsip ekonomi yaitu dengan usaha atau modal yang sedikit mampu menghasilkan keuntungan yang banyak, sehingga menyebabkan munculnya masalah optimasi yaitu memaksimalkan keuntungan agar mendapatkan hasil yang optimal. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *Branch and Bound*. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui optimalisasi produk mebel yang berada di jalan Marsan Panam menggunakan metode *Branch and Bound*. Solusi awal didapat menggunakan metode simpleks. Apabila hasilnya bernilai *non integer* maka dilanjutkan dengan metode *Branch and Bound* untuk mendapatkan solusi yang *integer*. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa untuk mengoptimalkan produk mebel dengan keuntungan maksimal, maka toko mebel di Jalan Marsan Panam menerima pesanan produk mebel tempat tidur sebanyak 4 unit, lemari tiga pintu sebanyak 4 unit, lemari dua pintu sebanyak 2 unit dan meja makan sebanyak 3 unit dengan keuntungan produksi sebesar Rp. 14.250.000.

Kata kunci: Branch and bound, integer, metode simpleks, optimasi

Abstract

Every actor in business or economic actor must carry out the principle of economy with a little effort or capital capable of gaining a lot of profits, therefore causing the emergence of optimization linear programming problems that is maximized profits in order to get optimal result. The method used in this study is the Branch and Bound method. This study aims to determine the optimization of furniture products on the street Marsan Panam using the Branch and Bound method. The initial solution is obtained using the simplex method. If the result is non-integer then it can be followed by the Branch and Bound method to get an integer solution. Based on the results of this study, the writer found out that in optimizing furniture production to gain maximum profit, then the furniture shop on the street Marsan Panam received orders for 4 bed type furnitre products, 4 units of three-door cabinet, 2 units of two-door cabinet and 3 units of dining table with manufacturing profit Rp. 14,250,000.

Keywords: Branch and bound, integer, simplex method, optimization.

Pendahuluan

Sumber daya merupakan *input* dalam setiap proses produksi, namun secara tidak langsung telah terjadi pemborosan yang dilakukan oleh perusahaan terutama usaha kecil dan menengah [7]. Setiap pelaku usaha atau pelaku ekonomi pasti melakukan prinsip ekonomi yaitu dengan usaha atau modal yang sedikit mampu menghasilkan keuntungan yang banyak, sehingga menyebabkan munculnya masalah optimasi. Masalah optimasi meliputi meminimumkan biaya atau memaksimalkan keuntungan dengan kapasitas sumber daya yang ada agar mampu mendapatkan hasil yang optimal [8]. Untuk mendapatkan penyelesaian optimal dari masalah tersebut dikembangkan suatu cara yang disebut dengan program linier (*linear programming*). Program linier adalah suatu teknik penyelesaian optimal atas suatu masalah keputusan dengan cara menentukan terlebih dahulu fungsi tujuan (memaksimalkan atau meminimumkan) dari kendala-kendala yang ada dalam persamaan linier. Program linier sering digunakan dalam menyelesaikan masalah alokasi sumber daya [10].

Suatu permasalahan program linier menginginkan nilai variabel keputusannya berupa *integer*, agar jawaban persoalan menjadi realistik. *Integer Linear programming* merupakan suatu model program linier yang khusus digunakan untuk menyesuaikan suatu masalah dimana nilai variabel-variabel keputusan dalam penyelesaian optimal haruslah merupakan bilangan *integer* (bilangan bulat). *Integer Linear Programming* dapat diselesaikan dengan banyak cara, antara lain dengan menggunakan grafik, eliminasi, substitusi dan lain-lain. Salah satu cara yang cukup efektif untuk menyelesaikan program *integer* adalah dengan mengaplikasikan algoritma *Branch and Bound* dibandingkan metode perhitungan nilai bulat lainnya dan telah menjadi kode komputer standar untuk *Integer Linear Programming* [1].

Metode *Branch and Bound* ini sudah banyak dilakukan oleh peneliti-peneliti sebelumnya diantaranya penelitian yang dilakukan Pagiling, dkk [6] yang berjudul "Optimalisasi Hasil Produksi Tahu dan Tempe Menggunakan Metode *Branch and Bound* (Studi Kasus: Pabrik Tempe Eri Jl.Teratai No.04 Palu Selatan)", Suryawan, dkk [11] yang berjudul "Penerapan *Branch and Bound Algorithm* dalam Optimalisasi Produksi Roti". kemudian penelitian Hikmah dan Nusyafitri [4] yang berjudul Aplikasi *Integer Linear Programming* untuk Meminimumkan Biaya Produksi pada Siaputo Aluminium, dan Nurjanah [5] yang berjudul Metode *Branch and Bound* untuk Meminimumkan Biaya Bahan Baku.

Berdasarkan rujukan penelitian di atas penulis tertarik untuk melanjutkan penelitian yang dilakukan oleh Nurjanah [5] menggunakan kasus produk mebel di Jalan Marsan Panam dengan fungsi tujuan adalah memaksimalkan keuntungan. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui kombinasi jumlah produk mebel yang akan diproduksi untuk mengoptimalkan keuntungan menggunakan metode *Branch and Bound*.

Metode

Metode Simpleks

Metode simpleks merupakan salah satu teknik penyelesaian dalam program linier yang digunakan sebagai teknik pengambilan keputusan dalam permasalahan yang berhubungan dengan pengalokasian sumber daya secara optimal. Metode simpleks digunakan untuk mencari nilai optimal dari program linier yang melibatkan banyak *constraint* (pembatas) dan banyak variabel (lebih dari dua variabel) [2].

Adapun Langkah – langkah metode simpleks sebagai berikut:

- a. Mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala kedalam bentuk standar.

- b. Menyusun persamaan – persamaan kedalam bentuk tabel awal simpleks.
- c. Menentukan *entering variable*.
- d. Menentukan *leaving variable*.
- e. Melakukan operasi baris elementer untuk membuat koefisien *entering variable* pada baris dengan rasio positif terkecil berharga 1 dan berharga 0 pada baris-baris lainnya.
- f. Solusi dikatakan optimal untuk kasus maksimasi apabila pada baris z sudah bernilai positif atau nol dan untuk kasus minimasi sudah negatif atau nol, maka solusi optimal telah diperoleh. [2]

Integer Linear Programming (ILP)

Pemrograman *Integer (Integer Linear Programming)* adalah pemrograman linier dengan variabel berupa bilangan bulat atau *integer* [12].

Bentuk umum dari *Integer Programming* adalah:

$$\text{Maks/Min} \quad Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

kendala

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j (\leq / = / \geq) b_i, \text{ untuk } i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, \text{ untuk } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$x_j \text{ bernilai } \textit{integer} \text{ untuk semua } j$$

Metode Branch and Bound

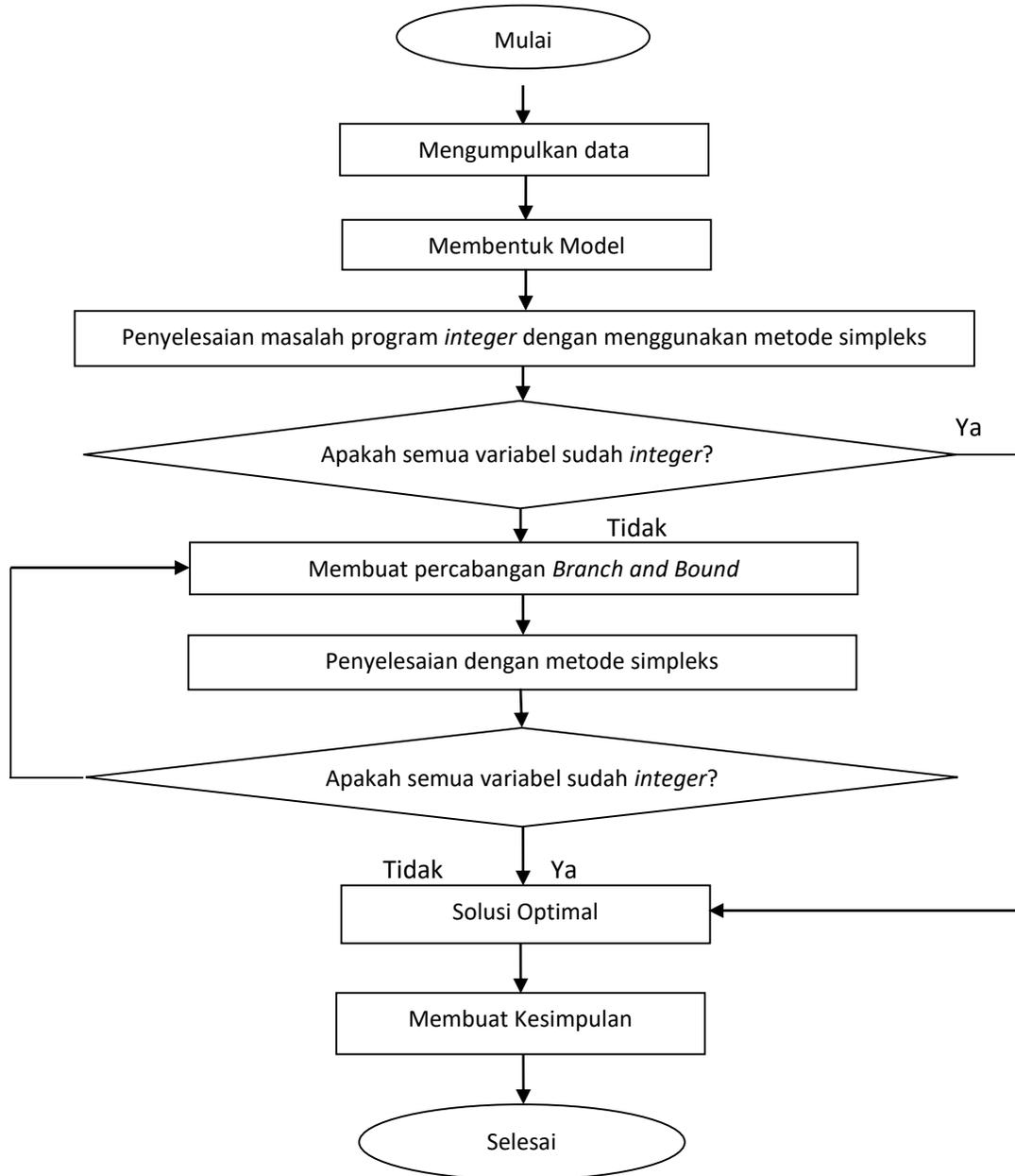
Metode *Branch and Bound* merupakan salah satu metode untuk menghasilkan penyelesaian optimal program linier yang menghasilkan variabel-variabel keputusan bilangan bulat. Sesuai dengan namanya, metode ini membatasi penyelesaian optimum yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas dan bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar bernilai bilangan bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru [3].

Langkah-langkah dalam metode *Branch and Bound* yaitu:

- a. Menyelesaikan model Program Linier menggunakan metode simpleks.
- b. Memeriksa solusi optimal, jika variabel basis yang diharapkan bernilai *integer*, maka solusi optimal telah tercapai. Tetapi jika tidak bernilai *integer* maka lanjutkan Langkah c.
- c. Memilih variabel yang mempunyai selisih pecahan terbesar dengan bilangan bulat dari masing-masing variabel untuk dijadikan percabangan kedalam sub-masalah.
- d. Membuat batasan baru $X_j^* \leq X_j \leq X_j^* + 1$, tetapi karena *range* tersebut tidak memberikan pemrograman *integer*, maka konsekuensinya nilai *integer* X_j memenuhi salah satu syarat yaitu: $X_j^* \leq X_j$ dan $X_j \geq X_j^* + 1$.
- e. Menyelesaikan model program linear dengan batasan baru yang ditambahkan pada setiap sub-masalah. Jika solusi yang diharapkan bernilai *integer*, maka kembali ke Langkah 4. Tetapi jika tidak bernilai *integer* maka kembali ke Langkah 3.
- f. Jika solusi dari salah satu sub-masalah tersebut telah bernilai *integer* dan solusi lainnya tidak memiliki penyelesaian (tidak fisibel), maka percabangan tidak dilanjutkan atau berhenti.

g. Memilih solusi optimal. Jika ada beberapa sub-masalah yang memiliki solusi bernilai *integer*, maka dipilih solusi yang memiliki nilai z terbesar jika fungsi tujuan adalah maksimum dan dipilih solusi yang memiliki z terkecil jika fungsi tujuan adalah minimum untuk dijadikan solusi optimal [9].

Bentuk *flowchart* metode *Branch and Bound* yang dapat dilihat pada Gambar 1 berikut:



Gambar 1. *Flowchart* Metode *Branch and Bound*

Hasil dan Diskusi

Penelitian ini berisikan pembahasan mengenai proses optimalisasi produk mebel di Jalan Marsan, Panam dengan menggunakan metode *Branch and Bound*. Fungsi tujuan dari permasalahan toko mebel yang berada di jalan marsan panam dapat dilihat pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Keuntungan Penjualan Produk Mebel

NO	Jenis Produk Mebel	Keuntungan (Rupiah)
1	Tempat Tidur	1.200.000
2	Lemari tiga pintu	1.200.000
3	Lemari dua pintu	750.000
4	Sofa	600.000
5	Kursi Tamu	300.000
6	Meja Makan	1.050.000
7	Bofet tv	450.000
8	Meja Rias	300.000
9	Pelaminan	3.000.000

Fungsi kendala untuk permasalahan produk mebel yang berada di Jalan Marsan, Panam dapat dilihat dari bahan – bahan finishing pembuatan masing – masing jenis produk mebel yang terdapat pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2. Bahan-Bahan dalam Finishing Pembuatan Jenis Produk Mebel

Bahan-bahan Finishing	Jenis Produk Mebel									Stok
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	
Melamin Clear (L)	0,5	0,5	0,3	0,5	1	2	1	1	5	25 (L)
Sanding (L)	1	1	0,75	1	1	2	0,5	0,5	3	25 (L)
Amplas (m)	2	2	1,25	2	1,75	2	1,5	2	8	25 (m)
Dempul (kg)	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,3	0,25	1	10 (kg)
Pewarna Shelaac (L)	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,3	0,5	10 (L)
Tinner (L)	5	5	4	3	5	5	4	3	10	100 (L)

Toko produk mebel di Jalan Marsan, Panam telah memesan rata-rata masing-masing produk mebel dari Jawa yang dapat dilihat pada Tabel 3 berikut:

Tabel 3. Data Jumlah Pesan Produk Mentah

Produk Mentah	Persediaan
Tempat tidur	4 unit
Lemari 3 pintu	4 unit
Lemari 2 pintu	2 unit

Produk Mentah	Persediaan
Sofa	5 unit
Kursi tamu	6 unit
Meja makan	3 unit
Bofet tv	2 unit
Meja rias	4 unit
Pelaminan	1 unit

Keterangan:

- x_1 : Jumlah produk tempat tidur yang dipesan.
 x_2 : Jumlah produk lemari 3 pintu yang dipesan.
 x_3 : Jumlah produk lemari 2 pintu yang dipesan
 x_4 : Jumlah produk sofa yang dipesan.
 x_5 : Jumlah produk kursi tamu yang dipesan.
 x_6 : Jumlah produk meja makan yang dipesan.
 x_7 : Jumlah produk bofet tv yang dipesan.
 x_8 : Jumlah produk meja rias yang dipesan.
 x_9 : Jumlah produk pelaminan yang dipesan.

a. Penyelesaian menggunakan Metode Simpleks

Berdasarkan Data pada Tabel 1, Tabel 2 dan Tabel 3 di atas, maka dapat dibentuk dalam model program linier yaitu sebagai berikut:

Maksimumkan

$$\begin{aligned}
 z = & 1.200.000x_1 + 1.200.000x_2 + 750.000x_3 + 600.000x_4 + 300.000x_5 \\
 & + 1.050.000x_6 + 450.000x_7 + 300.000x_8 + 3.000.000x_9 + 0S_1 + 0S_2 \\
 & + 0S_4 + 0S_5 + 0S_6 + 0S_7 + 0S_8 + 0S_9 + 0S_{10} + 0S_{11} + 0S_{12} + 0S_{13} + 0S_{14} + 0S_{15}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Kendala

$$\begin{aligned}
 0,5x_1 + 0,5x_2 + 0,3x_3 + 0,5x_4 + x_5 + 2x_6 + x_7 + x_8 + 5x_9 + S_1 &= 25 \\
 x_1 + x_2 + 0,75x_3 + x_4 + x_5 + 2x_6 + 0,5x_7 + 0,5x_8 + 3x_9 + S_2 &= 25 \\
 2x_1 + 2x_2 + 1,25x_3 + 2x_4 + 1,75x_5 + 2x_6 + 1,5x_7 + 2x_8 + 8x_9 + S_3 &= 25 \\
 0,5x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 + 0,5x_4 + 10,5x_5 + 0,5x_6 + 0,3x_7 + 0,25x_8 + x_9 + S_4 &= 10 \\
 0,5x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 + 0,5x_4 + 0,5x_5 + 0,25x_6 + 0,25x_7 + 0,3x_8 + 0,5x_9 + S_5 &= 10 \\
 5x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 5x_5 + 5x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 10x_9 + S_6 &= 100 \\
 x_1 + S_7 = 4; x_2 + S_8 = 4; x_3 + S_9 = 2; x_4 + S_{10} = 5; x_5 + S_{11} = 6; x_6 + S_{12} = 3; \\
 x_7 + S_{13} = 2; x_8 + S_{14} = 2; x_9 + S_{15} = 1. \\
 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15} &\geq 0
 \end{aligned}$$

Setelah dikonversikan ke dalam bentuk standar, selanjutnya akan ditentukan variabel basis dan variabel non-basis. Untuk metode simpleks yang menjadi variabel basis adalah $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}$. Sedangkan yang menjadi variabel non-basis adalah semua variabel mulai dari variabel keputusan dan variabel *slack*. Setelah ditentukan variabel basis dan non-basis, elemen-elemen dari Persamaan (3) dimasukkan ke dalam tabel awal simpleks yang dapat dilihat pada Tabel 4 berikut:

Tabel 4. Tabel Awal Simpleks

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}	NK
Z	-1200	-1200	-750	-600	-300	-1050	-450	-300	-3000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_1	0,5	0,5	0,3	0,5	1	2	1	1	5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25
S_2	1	1	0,75	1	1	2	0,5	0,5	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25
S_3	2	2	1,25	2	1,75	2	1,5	2	8	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25
S_4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,3	0,25	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
S_5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,3	0,5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
S_6	5	5	4	3	5	5	4	3	10	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
S_7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4
S_8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	4
S_9	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2
S_{10}	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	5
S_{11}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	6
S_{12}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	3
S_{13}	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2
S_{14}	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	4
S_{15}	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

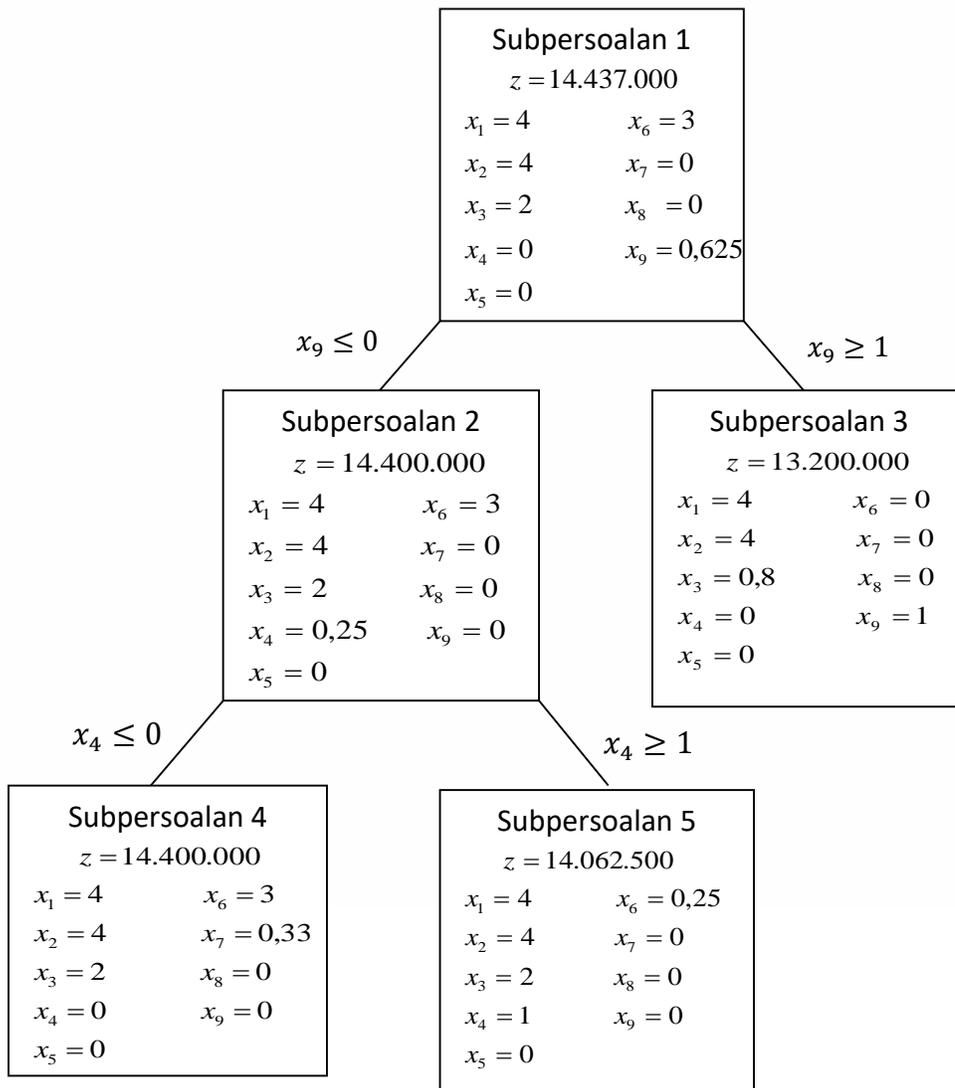
Setelah melakukan iterasi sebanyak 6 kali iterasi, maka diperoleh tabel optimum sebagai berikut:

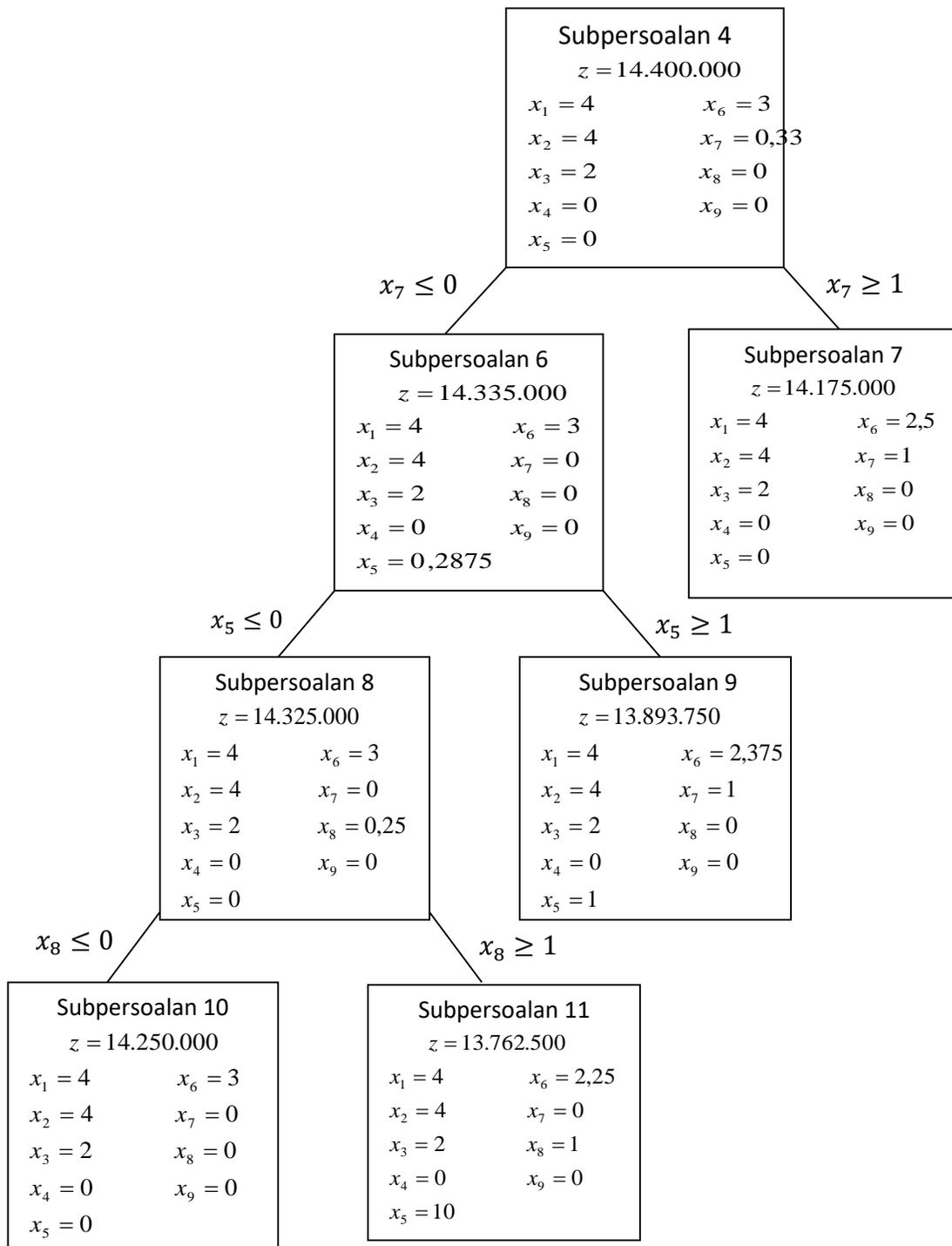
Tabel 5. Tabel Optimal Simpleks

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}	NK		
Z	0	0	0	150	356,3	0	112,5	450	0	0	0	1725	0	0	0	450	450	281,3	0	0	300	0	0	0	0	14437,5	
S_1	0	0	0	-0,8	-0,09	0	0,06	-0,25	0	1	0	-0,6	0	0	0	0,8	-5,5	0,48	0	0	-0,7	0	0	0	0	14,09	
S_2	0	0	0	-2,3	-1,8	0	-1,9	-2,75	0	0	1	0	0	0	0	2,3	2,3	0,5	0	0	1,25	0	0	0	0	19,13	
x_6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	3	
S_4	0	0	0	0,25	0,28	0	0,11	0	0	0	0	0	1	0	0	-0,25	-0,25	-0,3	0	0	-0,25	0	0	0	0	3,43	
S_5	0	0	0	0,38	0,39	0	0,16	0,8	0	0	0	0	0	1	0	0	-0,4	-0,25	0	0	-0,13	0	0	0	0	4,53	
S_6	0	0	0	0,5	2,8	0	2,12	0,5	0	0	0	0	0	0	1	0	-2,5	-0,6	0	0	-2,5	0	0	0	0	40,12	
x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
x_2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
x_3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2
S_{10}	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	5
S_{11}	0	0	0	-0,3	-0,22	0	-0,19	-0,25	0	0	0	0,13	0	0	0	0,25	0,25	0,16	0	1	0,25	0	0	0	0	0	0,94
S_{12}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
S_{13}	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	4
S_{14}	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0,06	
x_9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0625

b. Penyelesaian Menggunakan Metode *Branch and Bound*

Berdasarkan Tabel 5 di atas, diperoleh solusi optimal yaitu $x_1 = 4, x_2 = 4, x_3 = 2, x_4 = 0, x_5 = 0, x_6 = 3, x_7 = 0, x_8 = 0$ dan $x_9 = 0,0625$. karena yang belum *integer* hanya variabel x_9 maka $x_9 = 0,625$ menjadi variabel untuk percabangan yaitu subpersoalan 2 dengan menambahkan batas $x_9 \leq 0$ dan subpersoalan 3 dengan menambahkan batas $x_9 \geq 1$. Kemudian di cari solusi optimal dengan menggunakan metode simpleks, sehingga diperoleh solusi optimum dari tiap cabang. Proses percabangan ini di ulang sampai semua variabel bernilai *integer*. Setelah dilakukan percabangan sebanyak 5 percabangan atau 11 subpersoalan maka diperoleh solusi optimal sebagai berikut:





Gambar 2. Percabangan subpersoalan 10 dan subpersoalan 11

Berdasarkan Gambar 2 terlihat bahwa solusi optimum terbesar terdapat pada subpersoalan 10 untuk fungsi tujuan memaksimalkan keuntungan. Karena semua variabel pada subpersoalan 10 sudah

bernilai *integer*, maka proses percabangan tidak dilanjutkan atau berhenti, sehingga diperoleh solusi optimal $z = 14.250.000$, $x_1 = 4, x_2 = 4, x_3 = 2, x_4 = 0, x_5 = 0, x_6 = 3, x_7 = 0, x_8 = 0$, dan $x_9 = 0$.

Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan di atas, solusi optimal menggunakan metode *branch and bound* diperoleh $z = 14.250.000$ dengan $x_1 = 4, x_2 = 4, x_3 = 2, x_4 = 0, x_5 = 0, x_6 = 3, x_7 = 0, x_8 = 0$, dan $x_9 = 0$. Artinya mebel *furniture* di Jalan Marsan Panam memperoleh keuntungan produksi sebesar Rp. 14.250.000 dengan menerima pesanan produk mebel jenis tempat tidur sebanyak 4 unit, lemari 3 pintu sebanyak 4 unit, lemari 2 pintu sebanyak 2 unit dan meja makan sebanyak 3 unit dan mebel *furniture* di Jalan Marsan Panam tidak menerima pesanan untuk jenis produk sofa, kursi tamu, bofet tv, meja rias dan pelaminan.

Ucapan Terima Kasih

Penulis dapat mengucapkan terima kasih kepada pihak yang ikut berperan serta dalam penelitian ini, yang telah memberikan bantuan finansial dan atau fasilitas kepada penulis.

Referensi

- [1] Aritonang, D.R.S. " Analisis Metode *Branch and Bound* dalam Mengoptimalkan Jumlah Produksi Roti". *Skripsi*. Universitas Sumatera Utara. 2013.
- [2] Dimiyati, Tjutju dan Dimiyati A. "*Operation Research: Model-Model Pengambilan Keputusan*". Sinar Baru Bandung: Bandung. 2006.
- [3] Hartono, Widi. "Implementasi Algoritma *Branch and Bound* pada 0-1 Knapsack
- [4] Hikmah dan Nusyafitri, Amin. "Aplikasi *Integer Programming* untuk Meminimumkan Biaya Produksi pada Siaputo Aluminium". *Jurnal Saintifik*. Vol. 3, No. 2. 2017.
- [5] Nurjannah. "Metode *Branch and Bound* untuk Meminimumkan Biaya Bahan Baku". *Skripsi*. Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. 2018.
- [6] Pagiling, Sahari, dan Rais. "Optimalisasi Hasil Produksi Tahu dan Tempe Menggunakan Metode *Branch and Bound*". *Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan*. Vol. 12, No.1 hal.53-63, 2015.
- [7] Sauddin, Adnan, Kiki sumarni. "*Integer Programming* dengan Pendekatan Metode *Branch and Cut* Guna mengoptimalkan Jumlah Produk dengan Keuntungan Maksimal". *Jurnal MSA*. Vol. 3 No. 1, 2015.
- [8] Septinauli, Dewi. "Aplikasi Metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane* untuk Mengoptimalkan Keuntungan Produksi Keripik Ubi pada UD. Rezeki Baru. *Skripsi*. Sarjana Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sumatera Utara. 2019.
- [9] Siswanto, "*Operation Research*". Jilid 1, Erlangga, Jakarta. 2007.
- [10] Sitorus, Parlin. "Program Linier". Universitas Trisakti, Jakarta. 1997.
- [11] Suryawan, Ni ketut taritastrawati, dan Kartika sari. "Penerapan *Branch and Bound* dalam Optimalisasi Produksi Roti". *Jurnal Matematika* . Vol. 4, hal. 148-155, 2016.
- [12] Taha, H.A. "*Riset Operasi (Edisi Revisi)*". Jakarta, Indonesia. 1996.